

VICTOR MANUEL FERRO DA ROCHA MATTOS

**MODELAGEM E OTIMIZAÇÃO DE UM
PROBLEMA DE ALOCAÇÃO DE VEÍCULOS EM
UMA EMPRESA DE SERVIÇOS POSTAIS**

São Paulo
2021

VICTOR MANUEL FERRO DA ROCHA MATTOS

**MODELAGEM E OTIMIZAÇÃO DE UM
PROBLEMA DE ALOCAÇÃO DE VEÍCULOS EM
UMA EMPRESA DE SERVIÇOS POSTAIS**

Trabalho apresentado à Escola Politécnica
da Universidade de São Paulo para ob-
tenção do Diploma de Engenheiro de
Produção.

São Paulo
2021

VICTOR MANUEL FERRO DA ROCHA MATTOS

**MODELAGEM E OTIMIZAÇÃO DE UM
PROBLEMA DE ALOCAÇÃO DE VEÍCULOS EM
UMA EMPRESA DE SERVIÇOS POSTAIS**

Trabalho apresentado à Escola Politécnica
da Universidade de São Paulo para ob-
tenção do Diploma de Engenheiro de
Produção.

Orientador:

Prof. Dr. Leonardo Junqueira

São Paulo
2021

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Catálogo-na-publicação

Mattos, Victor

Modelagem e otimização de um Problema de Alocação de Veículos em uma empresa de serviços postais / V. Mattos -- São Paulo, 2021.

92 p.

Trabalho de Formatura - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Produção.

1.Pesquisa Operacional 2.Programação matemática 3.Alocação de Veículos 4.Transporte de Cargas Urbano I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Produção II.t.

A todos que me ajudaram nessa jornada

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer a minha família, que foi fundamental em toda a minha graduação. Especialmente minha querida avó Neuza, que me deu todo o suporte que eu precisava, sempre esteve presente e me apoiou ao longo dos últimos anos.

Agradeço a todos os meus amigos, alguns a universidade me deu a enorme felicidade de conhecer e foram importantíssimos ao longo dessa aventura pela Escola Politécnica. Outros já estavam presente na minha vida e sempre me apoiaram durante a jornada. A eles minha sincera gratidão.

Enorme agradecimento ao meu orientador, Prof. Dr. Leonardo Junqueira, sem ele nada disso seria possível. Agradeço por toda a dedicação, paciência e orientação proporcionada ao longo deste trabalho. Agradeço também a demais professores e funcionários da Escola Politécnica que participaram da minha graduação e compartilharam um pouco de tempo e conhecimento.

Por fim um especial agradecimento a Cleide. Ela que esteve presente nos momentos mais difíceis da minha graduação mas sempre me mostrou o melhor caminho. Me auxiliou em inúmeros momentos e nunca duvidou da minha capacidade. Muito Obrigado por tudo que você fez.

Obrigado a todos.

“Sei perfeitamente como o tempo é precioso. Aproveite o Agora.”

–Stephen Hawking

RESUMO

A logística sempre esteve presente na história da humanidade e mais recentemente seu uso foi incorporado ao mundo dos negócios. A lógica do mercado implica em uma competitividade entre as empresas que prestam serviços deste tipo. Portanto, é fundamental que as empresas mantenham as suas operações da melhor forma possível, evitando desperdícios e atrasos que possam acarretar em aumento de custos. O uso de Pesquisa Operacional é um fator chave para realizar otimizações deste tipo. Este trabalho tem como objetivo estudar uma empresa que atua no setor de serviços postais na cidade de São Paulo. O foco do trabalho é entender e propor soluções para a troca de cargas entre os Complexos Operacionais da empresa em questão, evento este que pode ser modelado como um Problema de Alocação de Veículos. Foi realizado um estudo sobre questões logísticas, tais como custos e principais configurações da rede logística desde a origem até os clientes finais, e sobre Problemas de Fluxos em Redes e suas características, abordando os Problemas de Alocação de Tráfego de Mercadorias, o Problema de Fluxo de Custo Mínimo e o Problema de Fluxo de Custo Mínimo com Múltiplas *Commodities*. Em seguida, foi discutido com mais detalhes o Problema de Alocação de Veículos (PAV), objeto deste estudo, suas características e modelagem matemática. A próxima etapa do trabalho teve como foco o detalhamento do fluxo da empresa estudada, desde o recebimento do produto até o cliente final, detalhando todas as etapas do processo e a caracterização do PAV. Em seguida, cinco modelos matemáticos foram propostos para abordar o problema, sendo: o primeiro o modelo base, refletindo as características atuais da empresa; o segundo incorporando as restrições de capacidade das docas dos Complexos Operacionais ao modelo base; o terceiro realizando o dimensionamento da frota necessária, o quarto incorporando a possibilidade de acúmulo de demanda (*backlog*); e o quinto agregando a minimização da capacidade ociosa dos veículos utilizados. Tais modelos foram implementados na linguagem *Python* com o auxílio de algumas bibliotecas e do *solver Gurobi*. Por fim, foram apresentados os resultados obtidos com os modelos desenvolvidos e com exemplos reais obtidos da empresa de serviços postais, e seus pontos relevantes mais importantes, como os valores ótimos das soluções e as ocupações médias dos trechos executados na operação. Os resultados dos modelos apresentaram redução dos custos totais de operação quando comparado com a programação atual da empresa, além de apontarem algumas mudanças na frota necessária para a operação e no gerenciamento das cargas nos Complexos Operacionais.

Palavras-chave: Logística, Otimização, Problema de Alocação de Veículos, Modelagem Matemática.

ABSTRACT

Logistics has always been present in human history and its use has more recently been incorporated in the business world. The market logic implies a competitiveness between the companies that perform this service. Therefore, it is essential that companies maintain their operation in the best possible way, avoiding waste and delays that can lead to increased costs. The use of Operations Research is a key factor to carry out this optimization. This paper aims to study a company that operates in the postal services sector in the city of São Paulo. The focus of the work is to understand and propose solutions for the exchange of loads between Operational Complexes of the company in question, such an event can be interpreted as a Vehicle Allocation Problem. A study was carried out on logistical issues, such as costs and main configurations of the logistical network from the origin to the final client, and on the Network Flow Problems and their characteristics, addressing the Goods Traffic Allocation Problems; the Minimum Cost Flow Problem and the Minimum Cost Flow Problem with Multiples Commodities. Then, the Vehicle Allocation Problem (VAP) was discussed in more detail, object of this study, characteristics and mathematical modeling. The next stage of the work focused on detailing the company flow, from product receipt to the end customer, detailing all the stages of the process and the moment in which the PAV takes place. Then, five mathematical models were proposed to approach the problem, the first being the base model, reflecting the current characteristics of the company, the second incorporating the dock capacity constraints in the Operational Complexes into the base model, the third performing the fleet dimensioning, the fourth incorporating the accumulation of demand (backlog) and the fifth adding the minimization of idle capacity of utilized vehicles. Such models were built in the computational language Python with the help of some libraries and the solver Gurobi. Finally, the results of the created models were presented using the real data from the postal service company, and their most important relevant points were exhibited, such as the optimal solution value and average occupancy of the sections performed in the operation. The results of the models have show a reduce of the total operation costs when compared to the current programing of the company, besides that they pointed some changes on the fleet necessary to the operation and on the management of the loads on the Operational Complexes.

Keywords: Logistics, Optimization, Vehicle Allocation Problem, Mathematical Modeling.

LISTA DE FIGURAS

1	Representação visual genérica de um grafo.	25
2	Representação visual de um fluxo em redes orientadas	26
3	Grafo exemplo do PATM em modelos estáticos	27
4	Grafo exemplo do PATM em modelos dinâmicos	28
5	Grafo exemplo do PFCM	29
6	Representação gráfica da solução ótima do problema exemplo	39
7	Modelo geral do deslocamento de cargas durante a operação	40
8	Localização dos COs na cidade de São Paulo	42
9	Troca de cargas entre COs	44
10	Diagrama de troca de carga entre os pontos do sistema.	45
11	Representação gráfica do problema.	53
12	Fluxo de veículos do tipo 1 com o modelo M_1	67
13	Fluxo de veículos do tipo 2 com o modelo M_1	68
14	Fluxo de veículos do tipo 3 com o modelo M_1	68
15	Ocupação média com o Modelo M_1	69
16	Fluxo de veículos do tipo 1 com o modelo M_3	71
17	Fluxo de veículos do tipo 2 com o modelo M_3	71
18	Fluxo de veículos do tipo 3 com o modelo M_3	72
19	Ocupação Média com o modelo M_3	73
20	Fluxo de veículos do tipo 1 com o modelo M_4	75
21	Fluxo de veículos do tipo 2 com o modelo M_4	75
22	Fluxo de veículos do tipo 3 com o modelo M_4	76
23	Ocupação Média com o modelo M_4	77

24	Fluxo de veículos do tipo 1 com o modelo M_5	78
25	Fluxo de veículos do tipo 2 com o modelo M_5	79
26	Fluxo de veículos do tipo 3 com o modelo M_5	79
27	Ocupação Média com o modelo M_5	80

LISTA DE TABELAS

1	Tempo de viagem (em dias) entre terminais no Exemplo de Murty	37
2	Custo de uma viagem com o caminhão vazio no Exemplo de Murty	38
3	Lucro por completar uma viagem no Exemplo de Murty	38
4	Características dos veículos disponíveis	47
5	Matriz de distância entre COs.	47
6	Número de docas por CO.	48
7	Custos por tipo de veículo.	48
8	Custos por viagem com um veículo do tipo 1.	49
9	Custos por viagem com um veículo do tipo 2.	49
10	Custos por viagem com um veículo do tipo 3.	49
11	Tempos de deslocamento entre COs	50
12	Tempos de carregamento e descarregamento por tipo de veículo.	50
13	Intervalos e tempo de viagem correspondente.	51
14	Períodos de operação	51
15	Demandas entre COs por períodos	52
16	Valores iniciais do parâmetro m_{it}^v no Modelo M_1	66
17	Consolidação das Análises Realizadas	82

SUMÁRIO

1	Introdução	18
1.1	Escopo e Relevância do Trabalho	18
1.2	Parcerias e Motivações	19
1.3	Objetivos do Trabalho	19
1.4	Estrutura do Trabalho	20
2	Revisão Bibliográfica	21
2.1	Panorama sobre Logística e Conceitos Relevantes	21
2.1.1	O Transporte Rodoviário de Cargas no Brasil	21
2.1.2	Estratégias de Transporte de Cargas	22
2.1.3	Principais Custos nas Operações de Transporte de Cargas no Modal Rodoviário	23
2.1.4	Transporte de Cargas Urbano	24
2.2	Problemas de Fluxos em Redes	25
2.2.1	Problemas de Alocação de Tráfego de Mercadorias (PATM)	27
2.2.2	Problema de Fluxo de Custo Mínimo (PFCM)	28
2.2.3	Problema de Fluxo de Custo Mínimo com Múltiplas <i>Commodities</i>	30
2.3	Problema de Alocação de Veículos (PAV)	32
2.3.1	Modelagem Matemática do PAV	35
2.3.2	O Exemplo de Murty	37
3	Descrição do Problema na Empresa	40
3.1	Descrição Detalhada do Fluxo	41
3.1.1	Captação	41

3.1.2	Coleta	41
3.1.3	Tratamento	41
3.1.4	Encaminhamento	43
3.1.5	Distribuição	44
3.2	Detalhamento do Problema Abordado	44
3.3	Dados do Problema	46
3.3.1	Tipos de Veículos	47
3.3.2	Distância entre COs	47
3.3.3	Docas	47
3.3.4	Custos	48
3.3.5	Tempos	49
3.3.6	Demandas	52
3.4	Definição do Problema	53
4	Modelagem Matemática	55
4.1	Conjuntos, Parâmetros e Variáveis dos Modelos	55
4.1.1	Conjuntos	55
4.1.2	Parâmetros	56
4.1.3	Variáveis	57
4.2	Modelo 1 (M_1): Modelo Base	57
4.3	Modelo 2 (M_2): Modelo com Limitação do Número de Docas	58
4.4	Modelo 3 (M_3): Modelo com Dimensionamento da Frota	59
4.5	Modelo 4 (M_4): Modelo com Possibilidade de <i>Backlog</i> da Demanda	60
4.6	Modelo 5 (M_5): Modelo com Minimização da Capacidade Ociosa dos Veículos	62
5	Resultados Computacionais e Análises	63
5.1	Implementação Computacional	63
5.1.1	Construção dos Modelos	64

5.1.2	Análise de Ocupação	65
5.2	Programação Atual da Empresa	65
5.3	Resultado com o Modelo 1 (M_1)	66
5.4	Resultado com o Modelo 2 (M_2)	70
5.5	Resultado com o Modelo 3 (M_3)	70
5.6	Resultado com o Modelo 4 (M_4)	74
5.7	Resultado com o Modelo 5 (M_5)	77
5.8	Consolidação das Análises Realizadas	81
6	Conclusões e Perspectivas Futuras	83
	Referências	86
	Apêndice A – O Exemplo de Murty	88

1 INTRODUÇÃO

1.1 Escopo e Relevância do Trabalho

De acordo com Slack et al. (2009), entende-se por logística como a gestão do fluxo de materiais e informações de um negócio, passando por um canal de distribuição até o consumidor final. Em épocas mais remotas da história da humanidade, tais operações eram exercidas pelos indivíduos, que praticavam o escambo de alimentos e outras mercadorias. Aprofundou-se então o estudo desse ramo do conhecimento com a finalidade de aprimorar os setores militares. Tais necessidades abordavam uma melhor alocação de recursos, como: tropas, armamentos, alimentos e medicamentos (BULLER, 2012).

Com o passar do tempo, os estudos começaram a se propagar para outras áreas da sociedade. Surgiu então a logística empresarial e as empresas passaram a se envolver no processo de armazenagem e estocagem de bens. O aperfeiçoamento deste serviço permitiu uma maior interligação de diferentes regiões geográficas culminando em uma economia integrada mundialmente como conhecemos hoje (BALLOU, 2009).

Estima-se que o transporte corresponda a entre um e dois terços de todos os custos logísticos. Sendo assim, e considerando um mercado competitivo, aumentar a eficiência e manter-se operando com a máxima utilização dos equipamentos e pessoal é de extrema preocupação para as empresas do setor. Caso contrário, não operar próximo ao ponto ótimo pode prejudicar a saúde financeira de uma empresa devido aos elevados custos (BALLOU, 2009).

A empresa a ser estudada neste Trabalho de Formatura é uma tradicional empresa de logística no Brasil e tem como principal atividade a entrega de correspondências e outros serviços postais. A empresa, neste trabalho genericamente denominada Empresa X por motivos de confidencialidade, atua em todas as regiões brasileiras e possui uma grande estrutura logística no país. Em particular, este estudo focará em uma das operações da empresa que ocorre na cidade de São Paulo.

Mais especificamente, o principal enfoque do trabalho consiste em estudar a troca de cargas entre terminais que ocorre em uma determinada etapa do processo de entrega. Tal troca de carga pode ser modelada com um Problema de Alocação de Veículos. Sendo assim, o presente trabalho tem como escopo estudar a troca de cargas e incorporar a modelagem matemática do Problema de Alocação de Veículos com a finalidade de otimizar o processo de entrega da empresa estudada na cidade de São Paulo.

1.2 Parcerias e Motivações

O presente trabalho foi desenvolvido em parceria com a empresa de logística mencionada anteriormente. Um funcionário da empresa serviu como intermediário. O contato atua diretamente no setor de logística da empresa e foi fundamental em todo o processo. Com ele, foi possível entender em mais detalhes as reais necessidades da empresa, a definição específica do escopo de trabalho e as informações necessárias para o desenvolvimento do mesmo.

Como motivações, tem-se o interesse em elaborar a resolução de um problema com relevância prática. Ou seja, aplicar os conhecimentos teóricos adquiridos ao longo do curso de graduação em Engenharia de Produção em uma situação real. Tal fato também é um fator motivador uma vez que é uma forma de retornar para a sociedade, que financia os estudos dos alunos, o conhecimento adquirido em uma universidade pública.

1.3 Objetivos do Trabalho

O desenvolvimento deste Trabalho de Formatura tem como objetivos:

1. Compreender o problema da Empresa X, estudá-lo e propor a melhor abordagem de solução.
2. Desenvolver a modelagem matemática e computacional para o problema da Empresa X a fim de encontrar soluções otimizadas.
3. Comparar as soluções encontradas com a atualmente implementada na prática e discutir os resultados com vistas a propor melhorias na operação atual.

1.4 Estrutura do Trabalho

O trabalho será estruturado da seguinte forma:

- **Capítulo 1 - Introdução:** Breve apresentação do tema no qual o trabalho está inserido. Apresentação das parcerias, objetivos e motivações.
- **Capítulo 2 - Revisão Bibliográfica:** Estudos e considerações necessárias para a compreensão e elaboração da modelagem matemática para o problema.
- **Capítulo 3 - Descrição do Problema na Empresa:** Detalhamento do problema a ser resolvido na Empresa X e suas características particulares.
- **Capítulo 4 - Modelagem Matemática:** Apresentação das modelagens matemática para o problema e discussão.
- **Capítulo 5 - Resultados Computacionais e Análises:** Exposição dos resultados obtidos e análises do impacto da possível aplicação da solução na Empresa X.
- **Capítulo 6 - Conclusões e Perspectivas Futuras:** Discussão final e sugestões de trabalhos futuros.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O presente capítulo tem como objetivo estruturar os conhecimentos necessários para a futura modelagem matemática e resolução do problema. Serão abordadas algumas considerações sobre logística e conceitos relevantes para a compreensão do presente trabalho, buscando entender as especificidades do modal rodoviário, as diferentes estratégias adotadas pelas empresas do setor e para a organização da rede logística, e os principais custos incorridos na operação. Em seguida, um estudo sobre Problemas de Fluxos em Redes, explicando os conceitos necessários para a compreensão dos próximos tópicos. Logo após, será abordado um caso específico dos Problemas de Fluxos em Redes, o Problema de Fluxo de Custo Mínimo, alguns conceitos e considerações relevantes. Por fim, será feito um aprofundamento sobre o problema que será abordado ao longo do trabalho: o Problema de Alocação de Veículos e suas particularidades.

2.1 Panorama sobre Logística e Conceitos Relevantes

O transporte de cargas tem um papel fundamental nas cadeias de suprimento modernas. Ele é essencial para mover produtos brutos até indústrias, produtos não acabados entre fábricas e produtos acabados até o consumidor final (GHIANI; LAPORTE; MUSMANNO, 2004).

2.1.1 O Transporte Rodoviário de Cargas no Brasil

Diversos tipos de transporte podem ser utilizados em uma rede logística. Como exemplo é possível citar: Rodoviário, Aéreo, Aquaviário e Ferroviário. As empresas do setor devem, portanto, optar por aquele que melhor atende as suas necessidades (BALLOU, 2009). Os transportes podem ser feitos em longa ou curta distâncias. Em operações envolvendo transportes de longas distância as cargas são deslocadas entre terminais, depósitos e armazéns. Por outro lado, em transportes de curtas distâncias, os bens são comumente transportados por caminhões entre pontos de coleta e pontos de entrega (GHIANI;

LAPORTE; MUSMANNO, 2004).

Segundo Araújo, Bandeira e Campos (2014) o modal mais utilizado no Brasil é o rodoviário. Estima-se que seis a cada dez quilos transportados são por meio deste modal. As autoras afirmam que o modal deveria se concentrar em produtos industrializados de alto e médio valor agregado com pequenos volumes e em rotas de média distância. Contudo, devido ao grande número de serviços de transportadores autônomos contratados pelas transportadoras, ocorre uma redução no valor do frete. Tal redução permite que o Transporte Rodoviário de Cargas seja um agente importante em outros mercados.

A Lei No 11.442 promulgada em 5 de Janeiro de 2007 estipula que o Transporte Rodoviário de Cargas opere em um regime de livre concorrência, necessitando apenas a prévia inscrição no Registro Nacional de Transportadores Rodoviários de Cargas, essa que é obrigatória para a prestação do serviço (VASCO, 2012).

Mesmo sendo amplamente o principal modal utilizado, o Transporte Rodoviário de Cargas apresenta apenas, em média, 43% de ocupação de sua capacidade total. É importante ressaltar que os veículos com maior ociosidade são os caminhões médios. Por outro lado, os caminhões extra-pesados, cuja capacidade supera 40 toneladas, são os mais utilizados, apresentando sobrecarga média de 3,4 toneladas com relação a seu peso ideal em quase 60% das viagens (VASCO, 2012).

2.1.2 Estratégias de Transporte de Cargas

De acordo com Ghiani, Laporte e Musmanno (2004) há algumas estratégias para a organização do processo de distribuição de cargas. Os autores mencionam as três mais relevantes, que são: Envio Direto, Armazéns e *Crossdocking*. Tais estratégias estão explicadas com mais detalhes a seguir:

- **Envio Direto:** Os produtos são enviados do produtor para o consumidor final diretamente, eliminando custos operacionais com estoques intermediários e reduzindo o *lead time*. Todavia, caso os consumidores estejam dispersos em uma área geográfica será necessária uma maior frota de veículos menores para atender a demanda.
- **Armazéns:** Uma abordagem tradicional na qual os produtos são recebidos, armazenados conforme alguma ordem pré-estabelecida, coletados e distribuídos ao consumidor final.
- ***Crossdocking*:** Uma forma de armazenagem na qual as mercadorias enviadas são

recebidas, possivelmente de diversas origens, separadas e enviadas diretamente para a próxima etapa. Como resultado, tem-se a redução dos custos de estoque intermediário. Todavia, para aplicar esse modelo é necessário ter um grande volume e pouca variabilidade na demanda.

2.1.3 Principais Custos nas Operações de Transporte de Cargas no Modal Rodoviário

Como mencionado previamente neste trabalho, os custos de transporte correspondem a cerca de um a dois terços de todos os custos logísticos (BALLOU, 2009). Ghiani, Laporte e Musmanno (2004) classificam os custos envolvidos na operação de transporte de carga como custos de movimentação. Tais custos de movimentação podem ser classificados como custos de transporte e custos de manuseio. São eles:

- **Custo de operar uma frota:** Os principais custos na operação de veículos são: os salários, combustível, depreciação do veículo, manutenção, seguro, administração e ocupação. Enquanto salário e seguros são dependentes do tempo, consumo de combustível e manutenção são relacionados à distância. Depreciação depende de ambas as variáveis e administração e ocupação podem ser considerados custos fixos.
- **Custo por transportar uma carga:** Os custos para transportar uma carga são, de certa forma, arbitrários, pois diferentes tipos de transporte compartilham custos em comum. Por exemplo, em transportes classificados como *Less-than-truckload* (*LTL*) um único veículo transporta várias cargas de diferentes clientes. Sendo assim, é difícil estimar exatamente quanto custa cada carga. Por sua vez, transportes classificados como *Truckload* (*TL*) ocupam todo o veículo mas também possuem o mesmo problema, uma vez que é necessário realizar algumas viagens vazias para mover os caminhões entre um ponto de entrega e o ponto de coleta subsequente.
- **Custo por contratar um veículo:** Os custos de contratação incluem, além dos pagos à transportadora pelo aluguel do veículo, uma margem não divulgada.
- **Custo quando uma transportadora pública é utilizada:** Quando o remetente utiliza uma transportadora pública, o custo de transportar uma carga pode ser calculado com base nas taxas publicadas pela transportadora. Para transportes personalizados, o custo de uma carga completa depende tanto da origem como do destino, como também do tamanho da carga e do equipamento e veículo utilizados. Para transportes pontuais, cada carga é classificada em uma classe, que depende

das suas características físicas como volume e densidade. Têm-se, então, faixas de preço de envio para cada classe.

- **Custos de manuseio:** Tais custos envolvem todo o manuseio realizado desde a entrada do produto no sistema até a entrega. Ou seja, colocar a carga em paletes ou contêineres, carregar os produtos no veículo e fazer a operação reversa no destino.

2.1.4 Transporte de Cargas Urbano

O transporte de cargas urbano é imprescindível para a civilização urbana moderna. O próprio conceito de urbanização requer um sistema de cargas para mantê-la, desde que urbanização signifique um grande número de pessoas acumuladas em uma área distante de fontes de alimentos, produtos brutos para indústria, e lugares para colocar os descartes. Nenhuma área urbana pode existir sem um fluxo confiável de bens (OGDEN, 1992).

Ogden (1992) afirma que existem diversas preocupações relacionadas à eficiência do sistema de entregas em áreas urbanas, incluindo responsabilidades tanto do setor privado como do setor público. Dentro do setor público pode-se destacar a necessidade de criar uma boa infraestrutura (avenidas, pontes) para o deslocamento dos veículos. Além disso, é importante minimizar também os efeitos adversos do transporte de cargas, dentre eles o autor destaca:

- Tentar reduzir o congestionamento por meio de políticas de controle dos horários de operação dos caminhões.
- Reduzir a emissão de poluentes dos veículos introduzindo políticas de padronização da emissão.
- Reduzir a poluição sonora por meio de restrições de horários de operação e vias permitidas para deslocamento.

Visser, Binsbergen e Nemoto (1999) estudaram a implementação de políticas de planejamento de transporte, ambientais e econômicas. O estudo focou principalmente na Holanda, França, Alemanha e Japão. A conclusão apresentada foi que nenhum deles conseguiu encontrar a solução ótima para os problemas do transporte de cargas urbano, necessitando ainda de um maior desenvolvimento nas políticas públicas.

Crainic, Ricciardi e Storchi (2004) afirmam que a ausência ou escassez das políticas públicas na regulamentação da operação do transporte de cargas urbano é oriunda do fato

de as empresas serem majoritariamente privadas. Sendo assim, as autoridades públicas não enxergam como um problema do setor público e não realizam nenhum monitoramento do deslocamento das cargas, exceto algumas com maior grau de periculosidade. Cui, Dodson e Hall (2015) mencionam que a falta de monitoramento acarreta na escassez de dados. Há poucos dados públicos acessíveis sobre o tráfego de cargas urbano, gerando dificuldade na tomada de decisões por parte das autoridades competentes e dificultando o estudo do tema por parte dos pesquisadores.

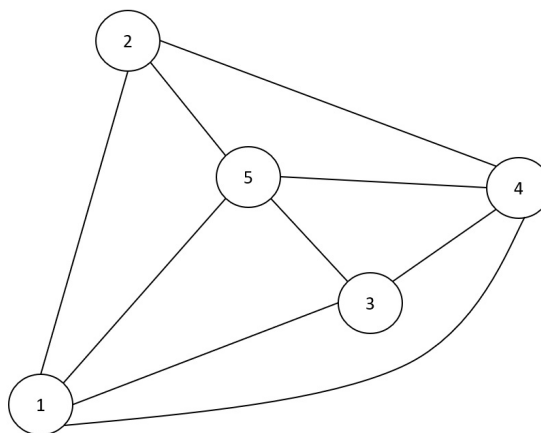
2.2 Problemas de Fluxos em Redes

Os Problemas de Fluxos em Redes aparecem em diversas situações práticas como, por exemplo, na transmissão de mensagens de comunicação de dado, no transporte de água em uma rede de distribuição hidráulica e no transporte de carga em uma rede de entregas (ARENALES et al., 2007).

Tais problemas são comumente representados visualmente na forma de *grafos*. Arenales et al. (2007) definem *grafo* e *rede* como a seguir. Seja N um conjunto finito, cujos elementos são chamados *nós*, seja A um conjunto de pares de nós, cujos elementos (i, j) são chamados *arestas*. O par $G=(N,A)$ é chamado *grafo*. Uma *rede* é um grafo cujos nós e/ou arestas têm valores associados.

A representação mais utilizada para um grafo está exibida na Figura 1. Nela estão representados os *nós*, numerados de um a cinco, e as *arestas*, que conectam pares de *nós*.

Figura 1: Representação visual genérica de um grafo.



Fonte: O autor

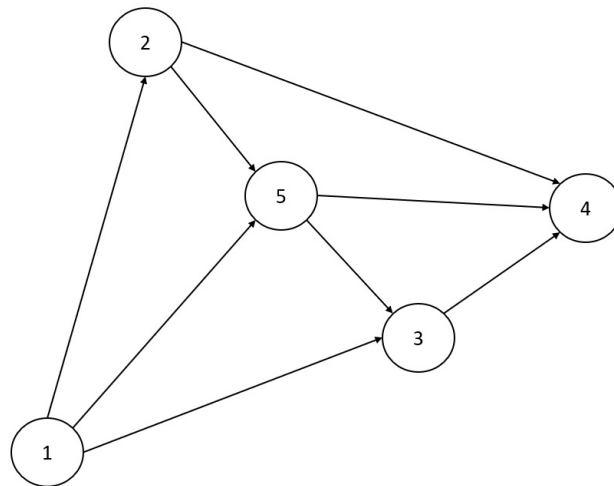
Estes autores propõem ainda outra definição relevante: *grafo orientado* e *rede ori-*

entada. Um grafo $G=(N,A)$ no qual as arestas são pares ordenados é chamado *grafo orientado* ou *dígrafo*. Neste caso, o par ordenado (i, j) é chamado arco, e i é o nó inicial e j é o nó final. Uma *rede orientada* é um grafo orientado cujos nós e/ou arcos têm valores associados.

Arenales et al. (2007) afirmam também que, em geral, tais problemas apresentam algumas características. Há um nível máximo de fluxo tolerado em cada arco do grafo, representando, por exemplo, limitações de um caminhão no transporte de cargas ou o limite de escoamento em uma rede hidráulica. Além disso, pode ocorrer também um nível mínimo de fluxo em cada arco do grafo. Outras características importantes são os custos por unidade de fluxo enviada para cada arco do grafo e a demanda ou oferta do suprimento em cada nó do grafo.

Graficamente, os grafos orientados são representados de forma similar a um grafo não orientado. A orientação do grafo é dada indicando o sentido do fluxo de $(i \text{ para } j)$. Um exemplo pode ser observado na Figura 2.

Figura 2: Representação visual de um fluxo em redes orientadas



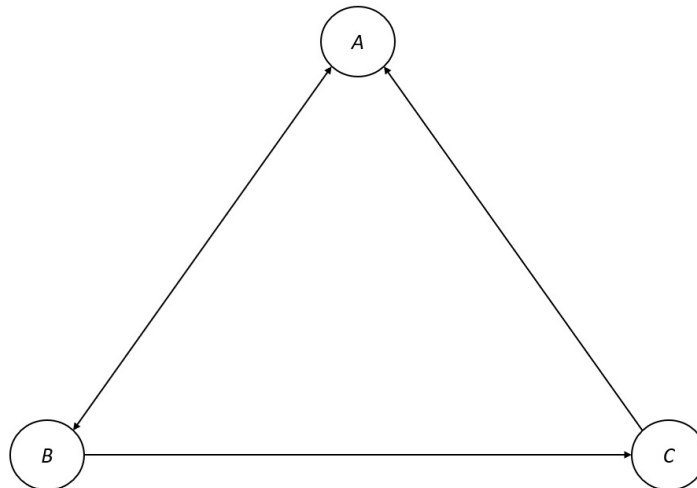
Fonte: O autor.

Nesse caso, por exemplo, o nó 1 pode somente enviar algum fluxo para os nós 2, 3 e 5. O nó 4 pode somente receber algum fluxo dos nós 2, 3 e 5. Os demais nós podem tanto receber ou enviar conforme a orientação do arco.

2.2.1 Problemas de Alocação de Tráfego de Mercadorias (PATM)

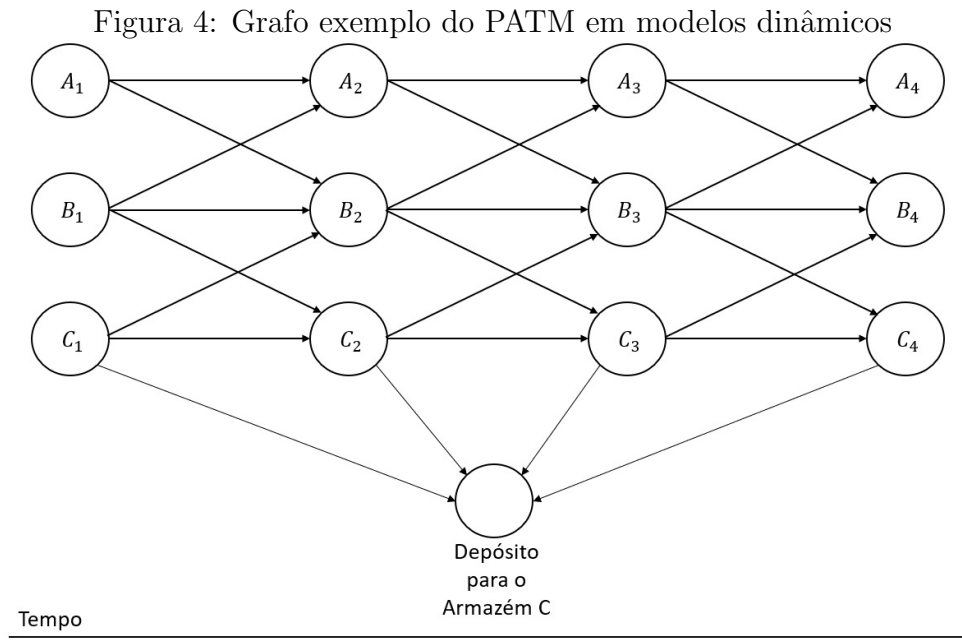
Ghiani, Laporte e Musmanno (2004) afirmam que os Problemas de Alocação de Tráfego de Mercadorias (PATM) consistem em determinar a rota de menor custo para transportar bens em uma rede de suas origens (como indústrias de manufatura) até seus destino (compradores). Os PATM, segundo os autores, podem ser classificados de duas maneiras: estáticos ou dinâmicos. Modelos estáticos são aqueles cujo tempo não interfere na tomada de decisão. Eles são formulados como grafos orientados $G = (V, E)$ nos quais os nós são as instalações (terminais, plantas, armazéns) e os arcos representam possíveis rotas de transporte. Cada arco é associado com um custo de transporte, dependente da quantidade de carga transportada por ele, e uma capacidade máxima de fluxo. Uma representação do modelo descrito pode ser observada na Figura 3.

Figura 3: Grafo exemplo do PATM em modelos estáticos



Fonte: O autor baseado em Ghiani, Laporte e Musmanno (2004).

Em modelos dinâmicos, o tempo é levado em consideração na modelagem do serviço de transporte. Os grafos orientados nos modelos dinâmicos contêm a representação do horizonte de tempo, que é dividido em períodos t_1, t_2, \dots, t_n , e a rede física, com os nós representando as instalações. Desse modo, os nós são replicados para cada período de tempo e os arcos são *links* espaço-temporais que conectam diferentes nós no tempo. Um exemplo de grafo orientado que representa o PATM em modelos dinâmicos pode ser observado na Figura 4.



Fonte: O autor baseado em Ghiani, Laporte e Musmanno (2004).

A Figura 4 é uma representação visual de um PATM em modelos dinâmicos. Os nós com a mesma letra representam a mesma instalação, já a numeração atrelada representa a posição daquela instalação no período de tempo (i.e., A_2 representa a instalação A no segundo período de tempo). Sendo assim, a figura exhibe 3 instalações ao longo de um período de tempo de 3 intervalos. O nó “Depósito para o Armazém C” representa um estoque naquele armazém em específico.

2.2.2 Problema de Fluxo de Custo Mínimo (PFCM)

O Problema de Fluxo de Custo Mínimo (PFCM) é um caso específico dos Problemas de Fluxos em Redes. Neste tipo de problema, busca-se transportar materiais entre os pontos da rede obedecendo a restrições enquanto procura-se o menor custo possível.

Winston e Goldberg (2004) propõem a seguinte modelagem matemática para abordar o problema:

x_{ij} = quantidade de fluxo sendo enviada do nó i para o nó j pelo arco (i,j)

b_i = quantidade ofertada ou demandada no nó i

c_{ij} = custo para transportar uma unidade de uma *commodity* do nó i para o nó j pelo arco (i,j)

L_{ij} = limite inferior do fluxo no arco (i,j) (caso não haja limite inferior $L_{ij} = 0$)

U_{ij} = limite superior do fluxo no arco (i,j) (caso não haja limite superior $U_{ij} = \infty$)

Então, o PFCM pode ser escrito como:

$$\min \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} x_{ij} \quad (2.1)$$

Sujeito às restrições:

$$\sum_{j \in N} x_{ij} - \sum_{k \in N} x_{ki} = b_i, i \in N \quad (2.2)$$

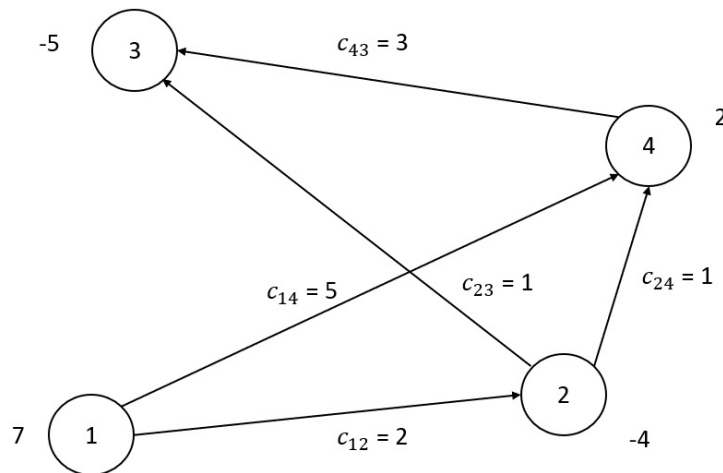
$$L_{ij} \leq x_{ij} \leq U_{ij}, (i, j) \in A \quad (2.3)$$

$$x_{ij} \geq 0, (i, j) \in A \quad (2.4)$$

A Função Objetivo 2.1 visa a minimização dos custos totais da rede de fluxos. As restrições (2.2) estipulam que o fluxo entrando ou saindo do nó i deve ser igual a quantidade ofertada ou demandada naquele nó, $i \in N$. Esse tipo de restrição é denominada como Equação de Balanço de Fluxo para a rede. As restrições (2.3) garantem que o fluxo em cada arco satisfaça a restrição de capacidade do mesmo, impedindo o transporte de material acima da capacidade máxima do arco ou inferior a capacidade mínima do arco. As restrições (2.4) definem o domínio das variáveis de decisão do problema.

Na representação gráfica do PFCM há a inserção dos custos de transporte em cada arco da rede, assim como a oferta e demanda de produtos em cada nó. Um exemplo de representação gráfica pode ser observado na Figura 5.

Figura 5: Grafo exemplo do PFCM



Fonte: O autor baseado em Arenales et al. (2007).

Na Figura apresentada o nó 1 pode ofertar ao sistema sete unidades de uma *commodity* e transportá-las para os nós 2 e 4 por um custo de cinco por unidade e dois por unidade, respectivamente. O nó 2 possui uma demanda de quatro unidades da *commodity* (representado pelo sinal negativo), podendo receber somente do nó 1 e enviar tanto para o nó 3 como para o nó 4 pelos custos um por unidade em ambos os arcos. O nó 3 possui uma demanda de 3 unidades da *commodity* e apenas pode receber dos nós 2 e 4. O nó 4 pode ofertar até duas unidades da *commodity* e pode receber fluxo tanto do nó 1 quanto do nó 2, podendo enviar para o nó 3 por um custo de 3 por unidade.

2.2.3 Problema de Fluxo de Custo Mínimo com Múltiplas *Commodities*

O Problema de Fluxo de Custo Mínimo modela o fluxo de uma única *commodity* ao longo da rede. O Problema de Fluxo de Custo Mínimo com Múltiplas *Commodities* aparece quando há diferentes *commodities* utilizando a mesma rede. As *commodities* podem ser diferenciadas por características físicas ou simplesmente por diferenças entre a origem e o destino (AHUJA; MAGNANTI; ORLIN, 1993).

Ahuja, Magnanti e Orlin (1993) afirmam que esse tipo de problema pode aparecer em situações como: o transporte de passageiros de diferentes origens para diferentes destinos dentro de uma cidade; o roteamento de uma frota não homogênea (em termos de velocidade, capacidade e custo de operação); o transporte mundial de diferentes tipos de grãos (como milho, trigo, arroz e soja) entre países produtores e países consumidores; e a transmissão de mensagens em uma rede de comunicação com diferentes pares de origem e destino.

Ghiani, Laporte e Musmanno (2004) propõem uma possível modelagem matemática para abordar o Problema de Fluxo de Custo Mínimo com Múltiplas *Commodities*:

Conjuntos:

N = Conjunto de nós

A = Conjunto de arcos

K = Conjunto dos tipos de *commodities*

$O(k)$ = Conjunto de nós de origem das *commodities* $k, k \in K$

$D(k)$ = Conjunto de nós de destino das *commodities* do tipo $k, k \in K$

$T(k)$ = Conjunto de nós de transbordo das *commodities* do tipo $k, k \in K$

Parâmetros:

o_i^k = Oferta de *commodities* do tipo k no nó i , $i \in O(k), k \in K$

d_i^k = Demanda de *commodities* do tipo k no nó i , $i \in O(k), k \in K$

u_{ij}^k = Capacidade máxima de fluxo que um arco (i, j) pode comportar de *commodities* do tipo k , $(i, j) \in A, k \in K$.

u_{ij} = Capacidade máxima de fluxo que um arco (i, j) pode comportar de *commodities* $(i, j) \in A$.

c_{ij}^k = Custo por transportar uma *commodity* do tipo k no arco (i, j) , $(i, j) \in A, k \in K$.

Variáveis:

x_{ij}^k = Fluxo de *commodities* do tipo k no arco (i, j) $(i, j) \in A, k \in K$.

A Função Objetivo pode ser então definida como:

$$\min \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A} c_{ij}^k x_{ij}^k \quad (2.5)$$

Sujeito às restrições:

$$\sum_{j \in N: (i,j) \in A} x_{ij}^k - \sum_{j \in N: (i,j) \in A} x_{ji}^k = \begin{cases} o_i^k, & \text{se } i \in O(k), \\ -d_i^k, & \text{se } i \in d(k), \\ 0, & \text{se } i \in T(k), \end{cases} \quad i \in N, k \in K, \quad (2.6)$$

$$x_{ij}^k \leq u_{ij}^k, (i, j) \in A, k \in K, \quad (2.7)$$

$$\sum_{k \in K} x_{ij}^k \leq u_{ij}, (i, j) \in A, \quad (2.8)$$

$$x_{ij}^k \geq 0, (i, j) \in A, k \in K. \quad (2.9)$$

A Função Objetivo (2.5) visa minimizar os custos totais de transporte das *commodities* do tipo $k, k \in K$ ao longo da rede. As restrições (2.6) são as equações de balanço de fluxo da *commodity* k nó $i, i \in N, k \in K$. As restrições (2.7) garantem que o fluxo no arco (i, j) de *commodities* do tipo k seja inferior a capacidade máxima de *commodities* do tipo k daquele arco, $(i, j) \in A, k \in K$. As restrições (2.8) garantem que o fluxo

total de *commodities* do tipo k seja inferior a capacidade máxima total do arco (i, j) $(i, j) \in A, k \in K$. As restrições (2.9) são as restrições de domínio das variáveis de decisão do problema.

2.3 Problema de Alocação de Veículos (PAV)

O Problema de Alocação de Veículos (PAV) foi discutido pela primeira vez por Powell, Sheffi e Thiriez (1984) com a finalidade de gerenciar uma grande frota de caminhões. O problema foi originalmente formulado como um modelo não linear no qual as previsões de demandas eram representadas por variáveis aleatórias, com médias e desvios padrão conhecidos, e a variável de decisão era o número de veículos deslocado entre duas regiões ao longo do tempo.

Powell (1986) revisou o modelo apresentado em Powell, Sheffi e Thiriez (1984) e adicionou incertezas na quantidade de veículos mantida em estoque, permitindo que veículos vazios fossem mantidos em estoque. Ou seja, permitiu que os veículos permanecessem parados em um armazém durante um intervalo de tempo, em que tal tipo de deslocamento é denominado como "Movimento de Estoque". O problema foi interpretado como uma rede espaço-tempo, na qual cada nó i representava uma região em um dado instante no tempo. Os arcos (i, j) foram utilizados para representar os movimentos dos veículos ao longo da operação, podendo ser um deslocamento de veículo dos três tipos: cheio, vazio ou em estoque.

Powell (1987) revisa novamente os modelos anteriores. O autor afirma que o modelo proposto em Powell (1986) não é preciso para descrever a realidade, considerando que, caso um veículo no nó i não possa ser deslocado cheio para uma região j , talvez seja possível movê-lo cheio para outra região k . A estrutura de rede padrão de atribuição de veículos não é útil quando um veículo pode ser utilizado em qualquer um dos pontos, dependendo da carga que está disponível. Uma segunda limitação identificada pelo autor é o fato de o modelo não linear proposto ter soluções não inteiras, limitando seu uso como uma ferramenta de alocação de veículos em tempo real.

Sendo assim, Powell (1987) propõe um modelo alternativo cuja utilização é viável em um ambiente operacional. O autor descreveu uma ferramenta de programação de veículos em tempo real dentro de um ambiente de incertezas. As decisões a serem tomadas consideram a aceitação ou rejeição de cargas com base na margem de contribuição em enviar veículos vazios para atender uma demanda futura e é possível também manter o

veículo em uma determinada região i de um período para outro, ou seja, um movimento de estoque.

Powell (1988) retoma o PAV com o foco de gerenciar uma frota de caminhões nos Estados Unidos. O principal objetivo do trabalho é analisar diversas abordagens de modelagens, com ênfase na previsão de incertezas. Para isso, o autor separa o artigo em quatro etapas distintas. Primeiramente, é abordada a formulação determinística tradicional para redes de transporte. Em seguida o autor detalha duas abordagens possíveis, expandindo a formulação básica para incorporar a previsão de incertezas. A próxima seção do artigo formula o mesmo problema como um processo de decisão de Markov. Por fim, a última parte é uma junção da modelagem de Markov com a abordagem tradicional, gerando um modelo híbrido que é reduzido a um problema linear.

Frantzeskakis e Powell (1990) estudam o PAV com enfoque na aplicação para uma empresa com caminhões de cargas. Para o desenvolvimento da modelagem os autores assumem cinco pressupostos, são eles: os tempos de viagem entre as regiões são números inteiros relativos aos períodos, que são de um dia; a transportadora sabe, no início de cada dia, todas as demandas daquele respectivo dia, mas não sabe as demandas dos dias seguintes; cargas que não são transportadas no dia exato são consideradas perdidas; todos os veículos estão disponíveis no período inicial; os tempos de viagem entre as regiões são uniformemente distribuídos no período, independentemente se o veículo desloca-se cheio ou vazio.

Com esses pressupostos, Frantzeskakis e Powell (1990) conseguem elaborar uma função objetivo não linear com a finalidade de maximizar a diferença entre a contribuição média e os custos de deslocamentos de veículos vazios. Para solucionar o problema, os autores utilizaram o algoritmo de Frank-Wolfe, considerado por eles computacionalmente eficiente.

O modelo foi testado por um horizonte de 12 dias. Os resultados da simulação indicaram que: (i) o procedimento convergiu consistentemente para um ponto fixo, contudo a solução final obtida foi de alguma forma dependente do ponto inicial de partida; (ii) apesar do procedimento convergir para diferentes pontos fixos, as diferenças entre os valores da função objetivo foram pequenas; (iii) quando o procedimento foi iniciado, partindo de uma boa estimativa razoável da variância da quantidade de veículos ofertados, o procedimento consistentemente convergiu para soluções que estão em uma vizinhança relativamente pequena e com pequenas diferenças nos valores da melhor solução encontrada (VASCO, 2012).

Powell, Jaillet e Odoni (1995) aprofundam o estudo do PAV em diversos modais

de transporte, como rodoviário, ferroviário e aéreo. Os autores estudam dois tipos de modelos: dinâmicos, os quais são resolvidos continuamente ao longo do tempo com a inserção de novas informações; e estocásticos, modelos que são uma tentativa de antecipar o futuro. Os autores propõem três tipos de atividade para os veículos: movimentos cheios, movimentos vazios e movimentos de estoque.

Powell (1996) retoma o Problema de Alocação de Veículos com o enfoque em transporte de cargas de longas distâncias. O autor descreve brevemente a operação de uma frota de caminhões, revisa modelos dinâmicos de alocação e discute seus pontos fortes e fracos. Além disso, desenvolve um modelo estocástico para planejamento dos deslocamentos de veículos e desenvolve uma metodologia para avaliar e testar modelos dinâmicos de gerenciamento de frota.

Powell e Carvalho (1998) trabalham em cima do problema de gerenciamento de uma frota de veículos homogênea ao longo do tempo. O objetivo do trabalho foi rever o modelo proposto por Powell (1996) e tratar um problema de gerenciamento de frota denominado *Logistic Queueing Network* (LQN). Os autores propuseram um modelo linear de maximização de receita em um determinado horizonte de tempo. Powell e Carvalho (1998) afirmam que a maior complexidade do modelo não são as variáveis e sim o fato de se tentar solucionar o problema para um extenso horizonte de tempo.

Além de Warren B. Powell outros autores também estudaram variações do Problema de Alocação de Veículos. Beaujon e Turnquist (1991) desenvolveram um modelo matemático com a finalidade de abordar simultaneamente a alocação dinâmica de veículos com o problema de dimensionamento de frota. Os demais estudos sobre o PAV interpretavam a quantidade de veículos disponíveis como um parâmetro fixo. O modelo proposto pelos autores considera a demanda como uma variável estocástica aleatória e incorpora penalidades para o não atendimento da demanda, além de introduzir incertezas nos tempos de viagem entre terminais.

Braklow et al. (1992) propõem um modelo interativo denominado pelos autores de SYNSET. O modelo tem como objetivo otimizar o roteamento da carga parcelada e o reposicionamento de veículos vazios em uma empresa de transportes americana chamada *Yellow Freight*.

Hall (1999) estudou o PAV para o transporte de carga no modal rodoviário. Para isso, o autor desenvolveu métricas para desbalanceamentos espaciais e temporais em fluxos de cargas e aplicou tais métricas em uma rede de transporte de caminhões. O autor concluiu que na rede examinada em seu trabalho, desbalanceamentos de cargas de longa distância

garantem que movimentos vazios de veículos devem ser iguais à 13,3% de movimentos cheios em terminais individuais e 8,2% de movimentos cheios em grupos de terminais. Em movimentos de curta distância, os transportes vazios podem aumentar até 50% sobre a média de longa distância.

Vasco (2012) também estudou o PAV para um problema em uma empresa de transportes no Brasil. A autora propôs cinco modelos matemáticos distintos para abordar o problema. O primeiro modelo considera a abordagem de maximização da receita com a operação. O segundo modelo utiliza-se dessas restrições, contudo, propõe uma função objetivo que minimiza os custos e inspira-se em Beaujon e Turnquist (1991) para propor o dimensionamento da frota de veículos. O terceiro modelo incorpora as restrições de capacidade nos terminais. O quarto modelo introduz a variável que permite o atraso no atendimento da demanda, denominado de *backlog*, aplicando uma penalidade quando ele ocorre. Por fim, o quinto modelo utiliza-se das mesmas restrições do anterior, porém utiliza uma função objetivo de minimização de custos da operação.

2.3.1 Modelagem Matemática do PAV

Ghiani, Laporte e Musmanno (2004) propõem uma modelagem matemática para o PAV com base em um estudo de caso da empresa Murty, uma transportadora que opera em Andhraachuki, na Índia. Para a melhor compreensão do problema a ser abordado no presente trabalho, segue em detalhamento a modelagem matemática proposta pelos autores.

Conjuntos:

N = conjunto de terminais da rede de transporte.

T = conjunto de períodos do horizonte de planejamento.

Parâmetros:

τ_{ij} = tempo de viagem de i para j , $i, j \in N$.

d_{ijt} = demanda por serviços de transporte (em termos de número de veículos cheios) entre os nós i e j no período t , $i, j \in N, t \in T$.

p_{ij} = lucro (receita - custos operacionais diretos) obtida ao realizar a rota de i para j , $i, j \in N$.

c_{ij} = custo de deslocamento vazio de veículos de i para j , $i, j \in N$.

m_{it} = quantidade de veículos que entram no sistema no terminal i no início período t , $i \in N, t \in T$.

Variáveis:

X_{ijt} = fluxo (número) de veículos cheios usados para satisfazer a demanda entre i e j no período t , d_{ijt} , $i, j \in N, t \in T$.

Y_{ijt} = fluxo (número) de veículos vazios deslocados de i para j no período t , $i, j \in N, t \in T$.

O PAV pode então ser descrito como um modelo de programação linear:

Função Objetivo:

$$\max \sum_{t \in T} \sum_{i \in N} \sum_{j \in N, j \neq i} (p_{ij} X_{ijt} - c_{ij} Y_{ijt}) \quad (2.10)$$

Sujeito às restrições:

$$\sum_{j \in N} (X_{ijt} + Y_{ijt}) - \sum_{k \in N, k \neq i: t > \tau_{ki}} (X_{kit(t-\tau_{ki})} + Y_{kit(t-\tau_{ki})}) - Y_{iit-1} = m_{it}, \forall i \in N, t \in T, \quad (2.11)$$

$$X_{ijt} \leq d_{ijt}, \forall i \in N, j \in N, t \in T, \quad (2.12)$$

$$X_{ijt} \geq 0, \forall i \in N, j \in N, t \in T, \quad (2.13)$$

$$Y_{ijt} \geq 0, \forall i \in N, j \in N, t \in T, \quad (2.14)$$

A Função Objetivo (2.10) busca maximizar o lucro total descontando a diferença entre a receita por concluir uma viagem e os custos de reposicionamento de veículos vazios. A restrição (2.11) garante a conservação do fluxo no início de cada período $t, t \in T$, para cada terminal $i, i \in N$. A restrição (2.12) assegura que o número de movimentos de veículos cheios seja menor ou igual à demanda. Ghiani, Laporte e Musmanno (2004) salientam que as diferenças $(d_{ijt} - X_{ijt}), i, j \in N, t \in T$, representam as cargas que deveriam ser rejeitadas, enquanto as variáveis $Y_{iit-1}, i \in N, t \in T$, representam os veículos que não se movimentam, ou seja, veículos que permanecem no mesmo terminal de um período para o outro (chamado de movimento de estoque). Interessante destacar também, que no caso

do PAV as demandas acontecem nos arcos (i, j) , e não nos nós como acontecia nos demais modelos apresentados, $i, j \in N$.

2.3.2 O Exemplo de Murty

Ghiani, Laporte e Musmanno (2004) trazem um exemplo em seu livro que ilustra o PAV, chamado de Exemplo de Murty. No Exemplo de Murty em questão estuda-se o caso de uma transportadora que opera na Índia em cinco cidades. Considera-se nesse exemplo o horizonte de tempo como $T = \{11 \text{ de Julho}, 12 \text{ de Julho}, 13 \text{ de Julho}\} = \{1, 2, 3\}$ e os terminais de carga como $N = \{\text{Ananthapur (A)}, \text{Chittoor (B)}, \text{Ichapur (C)}, \text{Khammam (D)}, \text{Srikakulam (E)}\}$. Tem-se os seguintes detalhes: no dia 11 de Julho duas solicitações de transporte foram feitas: uma carga de Chittoor para Khammam e uma carga de Srikakulam para Ichapur. No dia 13 de Julho foi realizada outra solicitação de Ananthapur para Chittoor (duas cargas). No dia 11 de Julho, um veículo estava disponível em Chittoor e um em Khammam. Um terceiro veículo estava realizando um transporte agendado previamente e estaria disponível em Chittoor no dia 12 de Julho.

Os tempos de viagem entre os terminais mencionados estão exibidos na Tabela 1.

Tabela 1: Tempo de viagem (em dias) entre terminais no Exemplo de Murty

	Ananthapur	Chittoor	Ichapur	Khammam	Srikakulam
Ananthapur	0	1	2	2	2
Chittoor	1	0	2	2	2
Ichapur	2	2	0	2	2
Khammam	2	2	2	0	2
Srikakulam	2	2	2	2	0

Fonte: O autor baseado em Ghiani, Laporte e Musmanno (2004).

O lucro proveniente pelo transporte de um caminhão cheio é 1,8 vezes o custo de um caminhão vazio. Os custos de transporte de um caminhão vazio e o lucro obtido por completar uma viagem estão apresentados nas Tabelas 2 e 3 respectivamente.

Tabela 2: Custo de uma viagem com o caminhão vazio no Exemplo de Murty

c_{ij}	Ananthapur	Chittor	Ichapur	Khammam	Srikakulam
Ananthapur	0	1	2	2	2
Chittor	1	0	2	2	2
Ichapur	2	2	0	2	1
Khammam	2	2	2	0	2
Srikakulam	2	2	1	2	0

Fonte: O autor baseado em Vasco (2012).

Pode-se observar que o custo de uma viagem com um caminhão vazio de Ananthapur a Chittor e de Srikakulam a Ichapur é de 1 unidade. Os custos de viagem entre os demais pontos é de 2 unidades. Outro ponto interessante neste exemplo é o fato dos custos serem simétricos, ou seja, o custo para transportar uma unidade de i para j é o mesmo para se transportar uma unidade de j para i , $i, j \in N$.

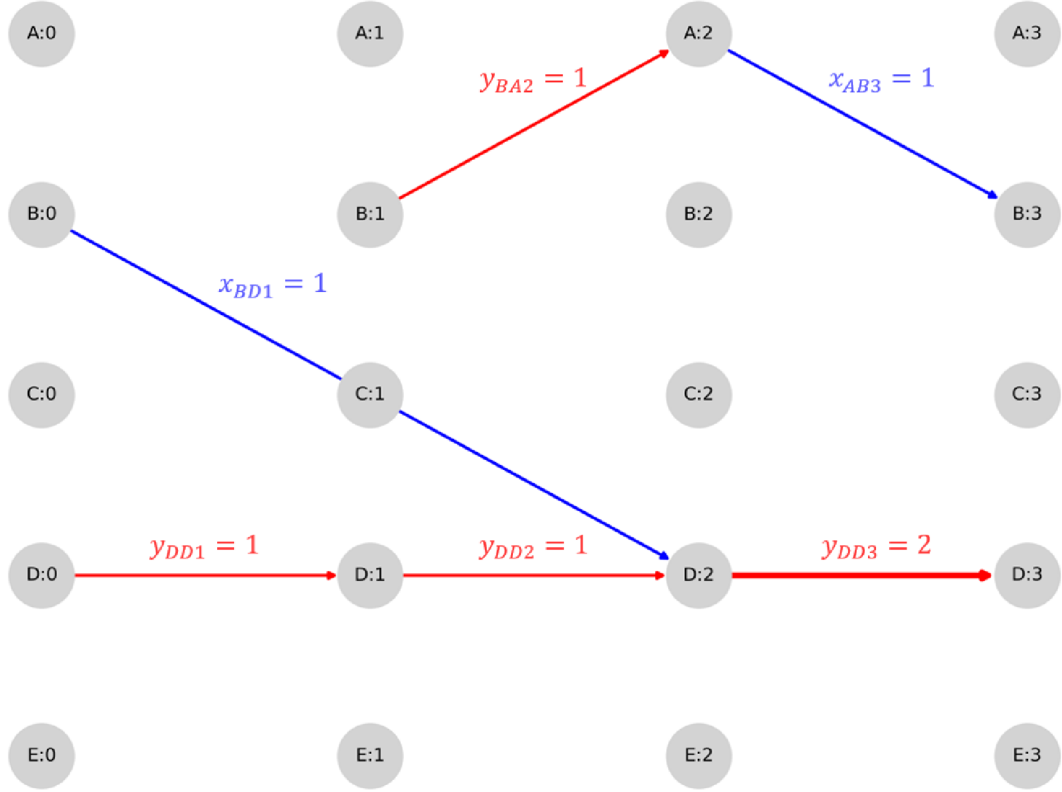
Tabela 3: Lucro por completar uma viagem no Exemplo de Murty

p_{ij}	Ananthapur	Chittor	Ichapur	Khammam	Srikakulam
Ananthapur	0	1,8	3,6	3,6	3,6
Chittor	1,8	0	3,6	3,6	3,6
Ichapur	3,6	3,6	0	3,6	1,8
Khammam	3,6	3,6	3,6	0	3,6
Srikakulam	3,6	3,6	1,8	3,6	0

Fonte: O autor baseado em Vasco (2012).

Ao aplicar o modelo matemático proposto com a função objetivo (2.10) sujeito às restrições (2.11), (2.12), (2.13) e (2.14), encontra-se que a solução ótima para o PAV é: $x_{BD1} = 1, x_{AB3} = 1, y_{DD1} = 1, y_{DD2} = 1, y_{DD3} = 2$. Enquanto as demais variáveis são zero. É interessante notar que os pedidos de Srikakulam para Ichapur no dia 11 de Julho e de Ananthapur para Chittoor no dia 13 de Julho não são atendidos. Uma possível representação gráfica para o problema está exibida na Figura 6.

Figura 6: Representação gráfica da solução ótima do problema exemplo



Fonte: O autor inspirado em Vasco (2012).

Na Figura 6 apresentada tem-se as seguintes características. Em azul estão representados os deslocamentos de veículos cheios. Em vermelho estão representados os deslocamentos de veículos vazios. Além disso, a espessura do arco é proporcional à quantidade de veículos que estão percorrendo o mesmo, quanto maior o número de veículos maior a espessura do arco.

Na Figura 6 estão representados os movimentos ditos "de estoque", pois o veículo que entra no terminal D no início do período 1 ($m_{D1} = 1$) é mantido neste terminal até o fim do horizonte de planejamento em estudo. Aplicando as variáveis encontradas na solução ótima na função objetivo apresentada em (2.10) temos que:

$$p_{BD} + p_{AB} - c_{BA} = 3,6 + 1,8 - 1 = 4,4$$

É importante destacar que o modelo proposto por Ghiani, Laporte e Musmanno (2004) permite que haja demandas não atendidas, fato este que acontece no Exemplo de Murty quando 2 viagens são negadas. No Apêndice A há uma implementação em *Python* para este modelo apresentado.

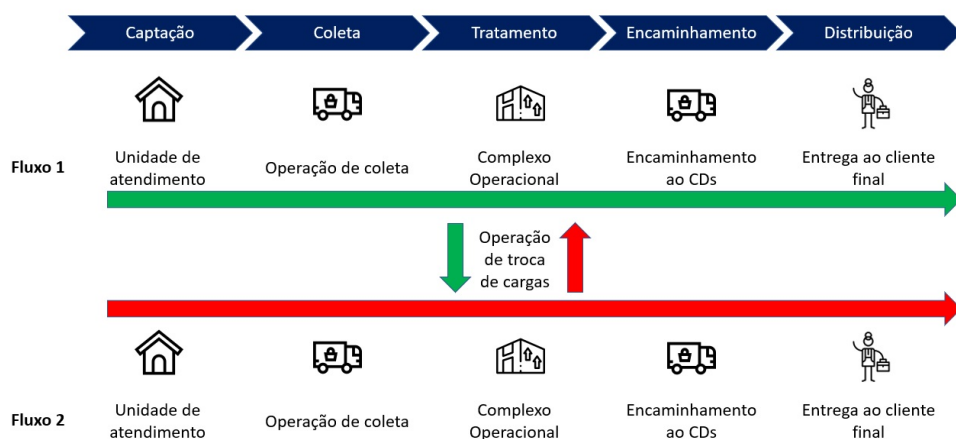
3 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA NA EMPRESA

A Empresa X possui uma estrutura operacional na região metropolitana de São Paulo. Tal estrutura contém três tipos distintos de unidades com funções específicas no processo de entrega de encomendas. São elas:

- Unidades de Atendimento (UA): Pulverizadas ao longo da cidade. São os locais nos quais os clientes contratam os serviços e postam os objetos a serem distribuídos.
- Complexos Operacionais (CO): Pontos intermediários do sistema de entrega. São compostos por duas partes: um Entrepasto e uma Unidade de Tratamento (UT). Têm como função receber os itens das Unidades de Atendimento, tratá-los e redirecioná-los para os Centros de Distribuição.
- Centros de Distribuição (CD): Unidades responsáveis por receber os itens das Unidades de Tratamento e entregá-los ao destinatário final.

As próximas seções do presente trabalho detalharão os fluxos de cargas ao longo da estrutura operacional da Empresa X na região metropolitana de São Paulo. A visão geral dos fluxos está esquematizada na Figura 7.

Figura 7: Modelo geral do deslocamento de cargas durante a operação



Fonte: O autor

3.1 Descrição Detalhada do Fluxo

O fluxo do processo de entrega da Empresa X passa por cinco etapas, são elas: Captação, Coleta, Tratamento, Encaminhamento e Distribuição, como exibido na Figura 7. Os detalhes de cada etapa serão tratados nos tópicos a seguir.

3.1.1 Captação

A etapa de Captação inicia-se com o recebimento dos objetos nas Unidades de Atendimento após a contratação de um dos serviços oferecidos. Depois de ser recebido, a Unidade de Atendimento registra os objetos no sistema da empresa e coloca-os em recipientes apropriados para a armazenagem e transporte.

Os objetos postados são agrupados com base no tratamento que será realizado. Ou seja, são agrupadas no mesmo unitizador apenas as encomendas que receberão o mesmo processamento. A partir desse ponto, as encomendas são denominadas como Unitizadores Primários (UPs). Em seguida, os UPs são lacrados e rotulados com as principais informações referentes ao seu conteúdo, que são: tipo de produto, Unidade de Tratamento de destino, peso e Unidade de Atendimento de origem.

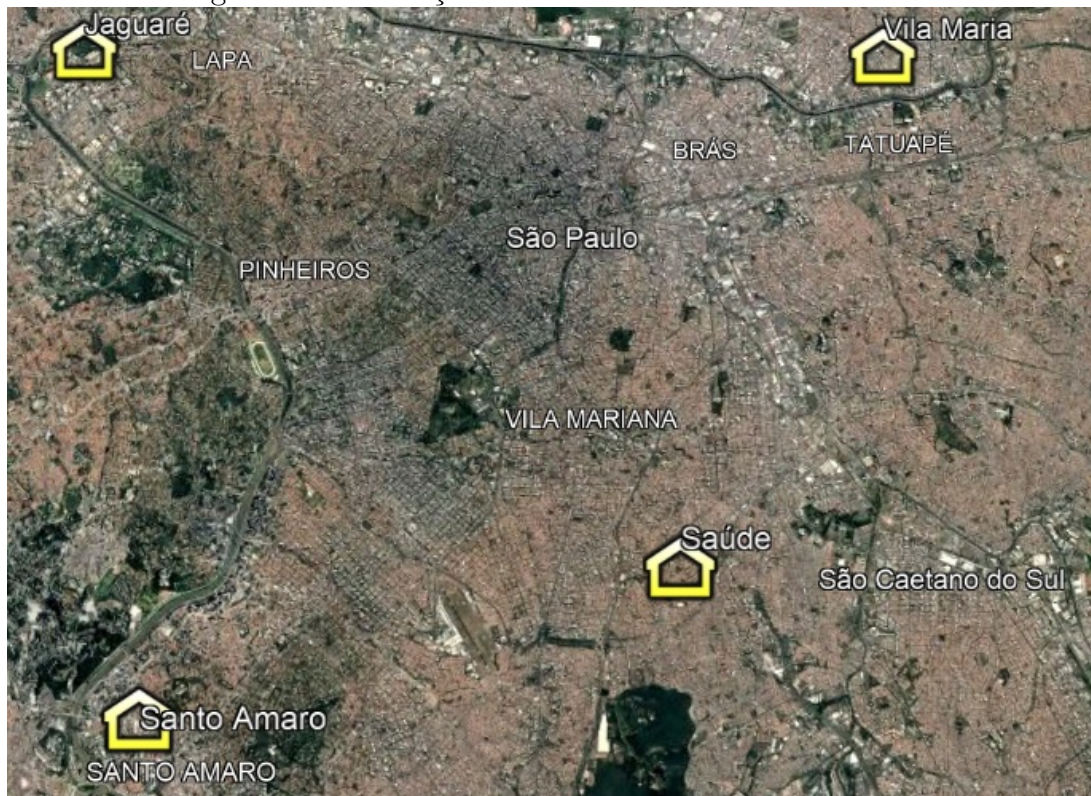
3.1.2 Coleta

Após a rotulação, inicia-se a segunda etapa do fluxo operacional: a Coleta. Esta etapa consiste na coleta dos UPs por veículos, que são encarregados de transportá-los das Unidades de Atendimento até os Complexos Operacionais da região. Tais complexos estão distribuídos estrategicamente pela cidade de São Paulo.

3.1.3 Tratamento

Atualmente a Empresa X possui quatro Complexos Operacionais distribuídos por São Paulo. Tais complexos estão localizados nos seguintes bairros: Jaguaré, Santo Amaro, Saúde e Vila Maria. No presente trabalho, serão referenciados como Complexo Operacional A, Complexo Operacional B, Complexo Operacional C e Complexo Operacional D, respectivamente. A localização dos COs na cidade de São Paulo pode ser observada na Figura 8.

Figura 8: Localização dos COs na cidade de São Paulo



Fonte: (GOOGLE, 2021)

Como mencionado anteriormente, os Complexos Operacionais são compostos por duas partes: um Entrepasto e uma Unidade de Tratamento.

O Entrepasto é responsável por:

- Receber os veículos que realizaram a coleta dos UPs na etapa anterior.
- Disponibilizar a carga para a próxima etapa do processo (Unidade de Tratamento).
- Carregar as cargas tratadas para encaminhá-las ao Centro de Distribuição.

As cargas recebidas pelo Entrepasto tem três principais origens. São elas:

1. Veículos responsáveis pela coleta em Unidades de Atendimento. O Entrepasto é responsável por realizar o processo de transbordo e encaminhar o objeto à Unidade de Tratamento correta.
2. Veículos oriundos de outros Estados do Brasil que chegam diretamente ao Entrepasto. Semelhante ao anterior, cabe ao Entrepasto proceder com o processo de transbordo.

3. Carga direcionada à Unidade de Tratamento errada devido a erro de rotulagem no Unitizador Primário. O objeto é rejeitado pela máquina de triagem na Unidade de Tratamento e retorna ao Entrepasto para ser redirecionado à Unidade de Tratamento correta.

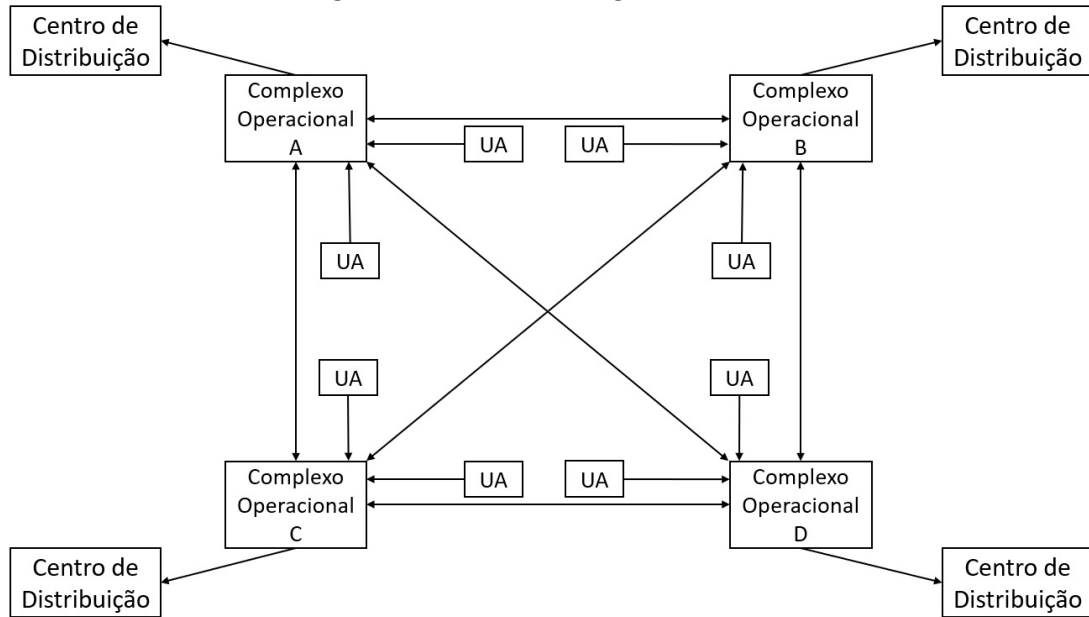
As Unidades de Tratamento são responsáveis pelo recebimento da carga oriunda dos Entrepastos. Os UPs recebidos são abertos e os objetos contidos passam por uma triagem considerando o Centro de Distribuição de destino, o tipo de produto e as dimensões do mesmo. O objeto retorna ao Entrepasto com a finalidade de ser encaminhado ou a um Centro de Distribuição, caso esteja no Complexo Operacional próprio, ou a outro Complexo Operacional, caso não esteja.

3.1.4 Encaminhamento

O Entrepasto recebe a carga tratada e inicia o encaminhamento do objeto ao Centro de Distribuição correspondente ao seu destino. Os Unitizadores Primários que tem o mesmo destino são então consolidados em Unitizadores Secundários (US). Como mencionado anteriormente, caso o Centro de Distribuição de destino não seja aquele atendido pelo Complexo Operacional, ocorre um transbordo de Unitizadores Secundários entre os COs.

A operação de troca de carga entre Complexos Operacionais mencionada anteriormente está exemplificada em mais detalhes na Figura 9, na qual os COs, representados pelos blocos retangulares centrais, podem trocar a carga (representada pelas setas) livremente entre. Os Centros de Distribuição estão representados genericamente pelos blocos retangulares externos.

Figura 9: Troca de cargas entre COs



Fonte: O autor.

3.1.5 Distribuição

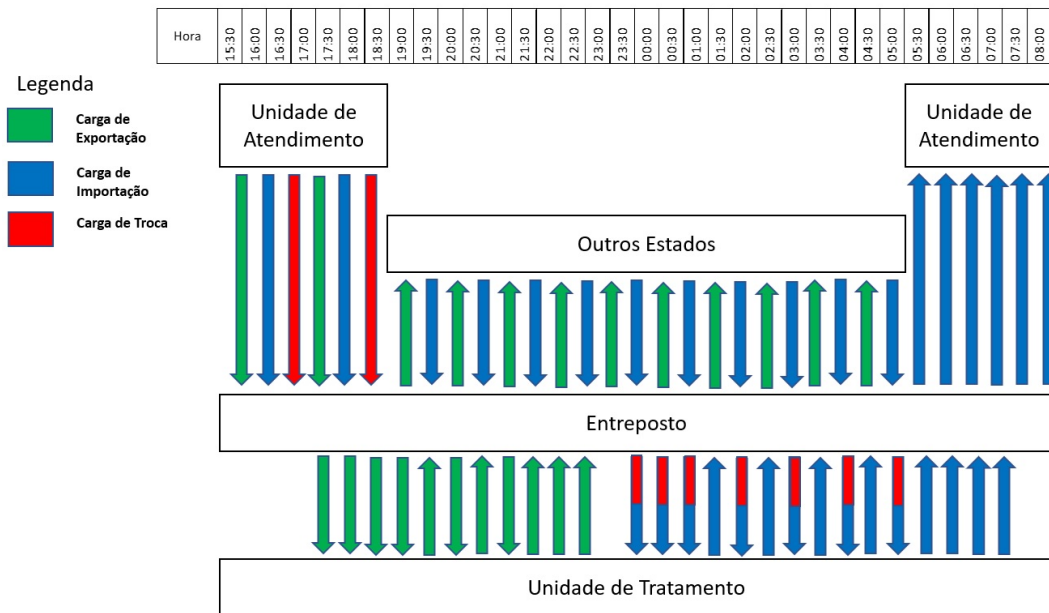
A última etapa do fluxo de entrega ocorre no Centro de Distribuição e consiste no processo de entrega ao cliente final. Cada CD cobre uma determinada área da cidade. Tal área é constituída por um conjunto de bairros agrupados de acordo com alguns critérios operacionais, tais como densidade populacional e volume de carga médio entregue.

Além disso, cada CD é responsável por todos os itens entregues nessa região, sendo assim, é executada uma nova triagem dos itens recebidos, porém separando-os por distritos. Distritos configuram-se como o conjunto de ruas que serão atendidas pelo mesmo entregador.

3.2 Detalhamento do Problema Abordado

O problema em questão a ser resolvido no presente Trabalho de Formatura inicia-se na etapa do Tratamento. Ele ocorre, como mencionado anteriormente, quando uma carga recebida por um Complexo Operacional, oriunda de uma das Unidades de Atendimento ou de outro Estado, deve ser entregue em uma área coberta por um Centro de Distribuição que não é atendido pelo Complexo Operacional em que a carga se encontra. Uma visão geral do processo a ser detalhado na presente seção está exibido na Figura 10.

Figura 10: Diagrama de troca de carga entre os pontos do sistema.



Fonte: O autor.

Além disso, a carga recebida pode ser classificada de três maneiras distintas. São elas:

1. Carga de Importação: Carga postada em outro Estado do Brasil ou na região local com destino a um Centro de Distribuição local.
2. Carga de Exportação: Carga postada na região local com destino a outro Estado do Brasil.
3. Carga de Tratamento: Carga postada na região local com destino às demais Unidades de Tratamento de outra região da cidade de São Paulo.

Para lidar com cargas com origens e destinos diferentes, os Complexos Operacionais operam conforme dois planos: Plano de Exportação e Plano de Importação. O primeiro ocorre até as 22h30min, e, a partir desse horário, é então ativado o Plano de Importação, que por sua vez ocorre até as 4h00min.

O processo inicia-se com o recebimento da carga pelos Complexos Operacionais a partir das 15h30min, horário em que as cargas postadas nas Unidades de Atendimento são coletadas. Vale ressaltar que tal recebimento ocorre de maneira uniforme ao longo do tempo. Entre 17h30min e 21h00min os Entrepósitos realizam um processo de troca de carga com as Unidades de Tratamento. Entre as 17h30min e 19h00min o Entrepósito

recebe carga das Unidades de Atendimento e as encaminha para as Unidades de Tratamento.

A partir das 19h00min as Unidades de Tratamento passam a enviar as cargas tratadas de volta ao Entrepasto. O Entrepasto realiza então a estocagem provisória das cargas, armazenando-as provisoriamente em *buffers* separados por Unidade de Tratamento de destino até que sejam carregadas e transportadas. A partir das 21h00min o Entrepasto não envia mais carga recebida das Unidades de Atendimento para a Unidade de Tratamento e até as 22h30min ocorre apenas o recebimento da carga tratada.

A partir das 21h00min está aberta a janela de transferência que ocorre até as 4h00min. Os veículos são então carregados com os Unitizadores Secundários e despachados para o Complexo Operacional de destino, onde os veículos serão descarregados, carregados novamente com outros itens, e se encaminharão a um novo Complexo Operacional. Ou seja, a operação ocorre de maneira contínua nesse período, e cada CO pode receber, carregar e descarregar quantos veículos forem necessários para o andamento da operação.

As 22h30min inicia-se então o Plano de Importação. Sendo assim, o entreposto passa a receber as cargas postadas em outros Estados e encaminhá-las para o tratamento. Após tratada, a carga é enviada de volta da Unidade de Tratamento para o Entrepasto para seguir o fluxo de entrega. Nessa etapa, as Cargas de Importação, oriundas de outras regiões, e as Cargas de Troca, postadas em São Paulo para serem entregues localmente, possuem prioridade.

Após as 4h30min os Entrepastos não despacham mais cargas para outros Complexos Operacionais. Apenas recebem da Unidade de Tratamento e encaminham para os Centros de Distribuição correspondentes.

É importante destacar que os horários mencionados anteriormente não são exatos, há uma certa flexibilidade nas etapas procurando atender possíveis imprevistos no processo de logística.

3.3 Dados do Problema

Os dados mais relevantes para a compreensão do problema são: os tipos de veículos utilizados na troca de carga, as distâncias entre os Complexos Operacionais, os custos da operação, os tempos de viagem entre Complexos Operacionais e as demandas em cada intervalo de tempo. Tais dados serão detalhados a seguir.

3.3.1 Tipos de Veículos

A Empresa X possui três diferentes tipos de veículos. Cada modelo de veículo tem uma capacidade de carga em toneladas distinta, tal valor se traduz em uma capacidade por Unitizadores Secundários. Além disso, vale ressaltar que a frota utilizada na operação é terceirizada e atualmente a empresa conta com um total de 36 veículos disponíveis para a operação. As informações de número de veículos por tipo e capacidade de cada modelo estão exibidas na Tabela 4.

Tabela 4: Características dos veículos disponíveis

Tipo	Número de Veículos	Capacidade (toneladas)	Capacidade (US)
Caminhão 1	8	3 Toneladas	9 US
Caminhão 2	11	8 Toneladas	24 US
Caminhão 3	17	12 Toneladas	32 US

Fonte: O autor.

3.3.2 Distância entre COs

As distâncias entre os Complexos Operacionais estão exibidas na Tabela 5. É importante destacar que a distância no deslocamento de i para j não é a mesma que no deslocamento de j para i . Isso ocorre pois os caminhos realizados em cada deslocamento são diferentes. Outro ponto importante a ser considerado é que todos os veículos podem realizar qualquer rota. Ou seja, não há restrição de rota por tipo de veículo.

Tabela 5: Matriz de distância entre COs.

COs	A	B	C	D
A	0	20,0 km	22,5 km	23,2 km
B	19,0 km	0	14,8 km	41,8 km
C	20,6 km	13,8 km	0	19,4 km
D	19,2 km	39,1 km	25,6 km	0

Fonte: O autor.

3.3.3 Docas

Os Complexos Operacionais possuem docas para o recebimento dos veículos. Tais docas são os locais aonde os veículos são estacionados e a operação de carga e descarga

é realizada. Cada CO possui um determinado número de docas disponíveis, limitando a capacidade total de recebimento de veículos. Contudo, as docas estão habilitadas a receber qualquer um dos três tipos de veículo descritos anteriormente. O número de docas disponíveis por Complexo Operacional está exibido na Tabela 6.

Tabela 6: Número de docas por CO.

Complexo Operacional	Número de docas
A	25
B	12
C	13
D	18

Fonte: O autor.

3.3.4 Custos

O principal custo na operação de transbordo de carga entre os COs é referente à utilização dos veículos. Cada tipo de veículo mencionado na Tabela 4 tem dois custos associados: um custo fixo e um custo variável. Os custos fixos são pagos pela utilização do veículo no dia a dia de operação. Contudo, caso o veículo não seja utilizado esse valor ainda será pago visto que os contratos de utilização ainda estarão vigentes. Já os custos variáveis são referentes à distância percorrida pelo veículo durante a operação.

Devido a motivos de confidencialidade, todos os valores de custos descritos no presente trabalho não correspondem aos valores reais incorridos na operação da Empresa X. Os valores apresentados são os valores reais multiplicados por um múltiplo arbitrário.

Tabela 7: Custos por tipo de veículo.

Tipo de Veículo	Custo Fixo	Custo Variável (R\$/km)
Caminhão 1	R\$ 39,29	R\$ 10,08
Caminhão 2	R\$ 49,10	R\$ 19,60
Caminhão 3	R\$ 63,50	R\$ 25,89

Fonte: O autor.

Dada a matriz de distância entre Complexos Operacionais exibida na Tabela 5, é possível calcular o custo por viagem de cada tipo de veículo, multiplicando a distância

percorrida pelo custo variável. Os custos por viagem entre cada CO para cada tipo de veículo estão exibidos nas Tabelas 8, 9 e 10 a seguir.

Tabela 8: Custos por viagem com um veículo do tipo 1.

Caminhão 1	A	B	C	D
A	-	R\$ 201,70	R\$ 226,91	R\$ 233,97
B	R\$ 191,61	-	R\$ 149,25	R\$ 421,55
C	R\$ 207,75	R\$ 139,17	-	R\$ 195,65
D	R\$ 193,63	R\$ 394,32	R\$ 258,17	-

Fonte: O autor.

Tabela 9: Custos por viagem com um veículo do tipo 2.

Caminhão 2	A	B	C	D
A	R\$ -	R\$ 392,20	R\$ 441,22	R\$ 454,95
B	R\$ 372,59	R\$ -	R\$ 290,23	R\$ 819,70
C	R\$ 403,96	R\$ 270,62	R\$ -	R\$ 380,43
D	R\$ 376,51	R\$ 766,75	R\$ 502,01	R\$ -

Fonte: O autor.

Tabela 10: Custos por viagem com um veículo do tipo 3.

Caminhão 3	A	B	C	D
A	-	R\$ 517,73	R\$ 582,45	R\$ 600,57
B	R\$ 491,84	-	R\$ 383,12	R\$ 1.082,06
C	R\$ 533,26	R\$ 357,23	-	R\$ 502,20
D	R\$ 497,02	R\$ 1.012,16	R\$ 662,70	-

Fonte: O autor.

3.3.5 Tempos

Os tempos, em minutos, de deslocamento entre Complexos Operacionais estão exibidos na Tabela 11. Os valores apresentados são médias dos tempos de deslocamento medidos ao longo de seis meses (de janeiro de 2021 até junho 2021). Vale ressaltar que

não há diferença no tempo de deslocamento entre os tipos de veículos. Sendo assim, todos os três tipos de veículos possuem os mesmos tempos de deslocamento entre COs.

Tabela 11: Tempos de deslocamento entre COs

COs	A	B	C	D
A	0	30 min	35 min	25 min
B	22 min	0	25 min	43 min
C	25 min	22 min	0	32 min
D	22 min	36 min	34 min	0

Fonte: O autor.

Outro ponto importante é a assimetria dos tempos da Tabela 11. Ou seja, assim como as distâncias, o tempo de deslocamento do Complexo Operacional i para j é diferente do tempo de deslocamento de j para i . Além do tempo de deslocamento é importante levar em consideração os tempos de carregamento e descarregamento dos veículos nos COs. Nesse caso, os tempos variam conforme o tipo de veículo que será utilizado. Tais tempos estão exibidos na Tabela 12

Tabela 12: Tempos de carregamento e descarregamento por tipo de veículo.

Tipo de veículo	Tempo de carregamento	Tempo de descarregamento
Caminhão 1	10 min	10 min
Caminhão 2	20 min	20 min
Caminhão 3	20 min	20 min

Fonte: O autor.

Portanto, o tempo de viagem real entre COs corresponde ao tempo de deslocamento dos veículos somado ao tempo de carregamento e descarregamento, em caso de viagens com veículos carregados, ou o tempo de deslocamento somado ao tempo de carregamento, em caso de viagens com veículos vazios.

Como exemplificado no Exemplo de Murty na Seção 2.3.2, no Problema de Alocação de Veículos o tempo é discretizado. Optou-se no presente trabalho por discretizar o tempo em intervalos de 30 minutos. Sendo assim, o tempo de viagem foi calculado da maneira descrita anteriormente e o resultado foi convertido em períodos correspondentes para

cada intervalo de 30 min (i.e, caso o tempo total seja de 45 min o número de períodos correspondente é 2), como exemplificado na Tabela 13.

Tabela 13: Intervalos e tempo de viagem correspondente.

Intervalo	Número de períodos correspondente
[0, 30 min [1
[30 min, 60 min [2
[60 min, 90 min [3

Fonte: O autor.

A janela de transferência descrita anteriormente também sofre o mesmo procedimento de discretização considerando intervalos de 30 minutos. Os resultados e os tempos correspondentes da janela de transferência estão exibidos na Tabela 14.

Tabela 14: Períodos de operação

Horário Inicial	Horario Final	Período correspondente
21:00	21:30	0
21:30	22:00	1
22:00	22:30	2
22:30	23:00	3
23:00	23:30	4
23:30	0:00	5
0:00	0:30	6
0:30	1:00	7
1:00	1:30	8
1:30	2:00	9
2:00	2:30	10
2:30	3:00	11
3:00	3:30	12
3:30	4:00	13
4:00	4:30	14
4:30	5:00	15
5:00	5:30	16
5:30	6:00	17

Fonte: O autor.

3.3.6 Demandas

As demandas da operação da Empresa X têm um comportamento previsível ao longo do período de operação em questão. Contudo, alterações podem ocorrer em alguns casos atípicos, como por exemplo promoções em lojas virtuais que utilizam os serviços de entrega da Empresa X. Sendo assim, e inspirado em Vasco (2012), as demandas serão interpretadas como um parâmetro determinístico.

As demandas utilizadas no presente trabalho foram extraídas do banco de dados da Empresa X. O método de extração considerou o volume médio de carga embarcada em cada trecho no período de seis meses, de janeiro de 2021 até junho de 2021. Para evitar que situações atípicas, como a mencionada anteriormente, atrapalhem a análise, removeram-se os valores *outliers*. Os valores das demandas em cada trecho por período da janela de transferência estão exibido na Tabela 15.

Como mencionado anteriormente, após as 4h30min (período 14) não há mais despacho de carga. Sendo assim, as demandas de carga entre os Complexos Operacionais nos períodos 15, 16 e 17 são zero. Contudo, ainda há deslocamento de veículos e recebimento de carga nesses períodos.

Tabela 15: Demandas entre COs por períodos

Trecho	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
A para B	1	15	0	0	0	2	0	4	8	0	0	2	0	2	2
A para C	0	36	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	5
A para D	17	45	0	24	14	8	19	8	6	4	4	4	12	2	2
B para A	0	0	0	0	0	0	0	2	4	0	1	0	0	9	20
B para C	0	0	0	0	0	0	2	0	4	0	0	6	0	0	7
B para D	0	8	0	0	0	0	0	0	0	0	15	5	0	5	5
C para A	0	25	0	0	0	23	26	0	0	0	0	16	27	18	16
C para B	4	0	2	0	2	14	22	1	0	11	0	0	1	5	1
C para D	19	11	0	6	0	9	0	0	0	0	0	0	10	0	15
D para A	0	3	0	0	0	18	28	11	0	9	0	8	2	2	1
D para B	0	0	4	0	0	0	29	3	0	0	0	7	0	0	3
D para C	0	0	2	0	2	0	5	11	0	2	0	7	1	1	1

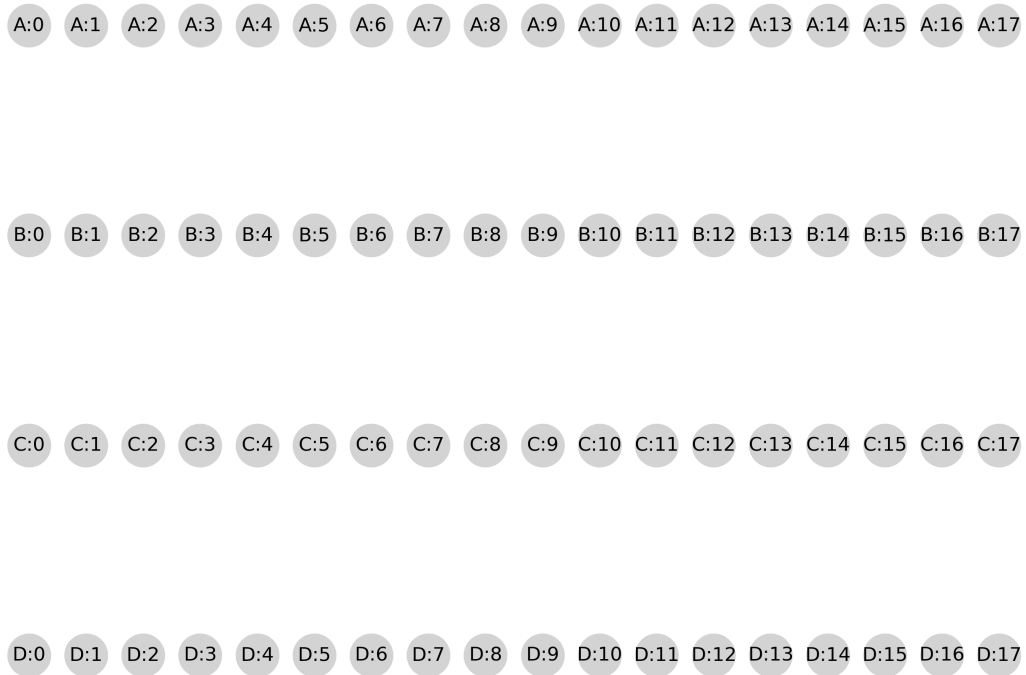
Fonte: O autor.

3.4 Definição do Problema

O problema a ser resolvido no presente trabalho encontra-se na operação de troca de cargas entre Complexos Operacionais mencionada na Seção 3.2. Dado que a operação ocorre com deslocamento de veículos entre Complexos Operacionais ao longo do tempo, tal operação pode ser interpretada como um Problema de Alocação de Veículos. Nesse caso, cada CO representará um nó i em um dado instante t . E, assim como no Exemplo de Murty apresentado na Seção 2.3.2, os veículos deslocam-se ao longo de uma rede espaço-tempo entre os nós (i, j) .

Vale ressaltar que, diferentemente do Exemplo de Murty, os veículos não precisam estar necessariamente cheios para realizar o deslocamento. Desse modo, as viagens com carga passam a ser consideradas como viagens carregadas, e as viagens sem carga são consideradas como viagens descarregadas.

Figura 11: Representação gráfica do problema.



Fonte: O autor.

A Figura 11 exibe a representação gráfica do problema descrito. Os Complexos Operacionais são representados pelas letras (A, B, C, D) enquanto sua posição no tempo é representada pelo número associado à letra. Ou seja, o nó B:5, por exemplo, representa o Complexo Operacional B no sexto período de tempo.

Sendo assim, o problema consiste em buscar a melhor alocação de veículos carregados entre COs, reposicionar veículos descarregados entre COs, para atender uma demanda em um período futuro, e estocar veículos descarregados entre períodos nos COs, com a finalidade de encontrar o menor custo total para a operação. O problema tem uma forma básica, levando em consideração como ocorre atualmente na Empresa X a operação de troca de cargas entre Complexos Operacionais. Contudo, o presente trabalho também irá explorar algumas variações do problema, analisando o tamanho da frota efetivamente necessária para realizar a operação, a possibilidade de atrasos no atendimento das demandas e também minimizando a capacidade ociosa dos veículos.

4 MODELAGEM MATEMÁTICA

Este capítulo abordará a formulação dos modelos matemáticos que serão utilizados para encontrar as soluções para o problema descrito no capítulo anterior. Os modelos propostos por Vasco (2012) e Ghiani, Laporte e Musmanno (2004) foram utilizados como base para a formulação dos modelos que serão descritos no presente trabalho. O Modelo 1 (M_1) é uma adaptação do modelo proposto por Ghiani, Laporte e Musmanno (2004) para o Exemplo de Murty descrito no Capítulo 2. Contudo, diferentemente do problema exemplo, o Modelo 1 propõe uma função objetivo com a finalidade de minimizar os custos da operação. O Modelo 2 (M_2) utiliza como base o Modelo 1 e adiciona as restrições de capacidade de recebimento de veículos (docas) em cada terminal. O Modelo 3 (M_3) é uma extensão do Modelo 2, incorporando o dimensionamento de frota. O Modelo 4 (M_4) é uma extensão do Modelo 3, que incorpora a possibilidade de *backlog* da demanda. Por fim, o Modelo 5 (M_5) expande o Modelo 4 por meio da incorporação da minimização da ociosidade da capacidade disponível.

4.1 Conjuntos, Parâmetros e Variáveis dos Modelos

Nesta seção serão apresentados os conjuntos, parâmetros e variáveis utilizados nos modelos matemáticos mencionados anteriormente.

4.1.1 Conjuntos

Há três principais conjuntos utilizados na formulação dos modelos, que são: conjunto de terminais, conjunto de períodos e conjunto de veículos. A descrição de cada um dos conjuntos está exibida a seguir:

- N : O conjunto de terminais N é composto pelos Complexos Operacionais da Empresa X. São os pontos de origem e de destino das cargas ao longo da operação. Sendo assim, o conjunto $N = \{A, B, C, D\} = \{0, 1, 2, 3\}$.

- T : O conjunto T de períodos foi definido com base na janela de transferência em que a troca de carga é realizada. Como mencionado anteriormente, o tempo foi discretizado em intervalos de 30 minutos, resultando em 17 períodos de operação. Os horários de cada período e o tempo correspondente estão exibidos na Tabela 14.
- V : O conjunto de tipos veículos V é formado pela subdivisão de toda a frota disponível em grupos para o transporte de cargas, com a finalidade de distinguir os veículos.

4.1.2 Parâmetros

Os parâmetros utilizados na modelagem matemática são:

- α_{ijv} = tempo de viagem de um veículo v carregado, medido em quantidade de períodos, entre os terminais i e j , $i, j \in N, v \in V$. Engloba-se dentro desse parâmetro tanto o tempo de deslocamento como o tempo de carga e descarga de cada tipo de veículo $v, v \in V$.
- β_{ijv} = tempo de viagem de um veículo v descarregado, medido em quantidade de períodos, entre os terminais i e j , $i, j \in N, v \in V$. Engloba-se dentro desse parâmetro o tempo de deslocamento e o tempo de carregamento de cada tipo de veículo $v, v \in V$.
- d_{ijt} = demanda por serviços de transporte (em número de Unitizadores Secundários (US)) entre i e j no período t , $i, j \in N, t \in T$. Vale ressaltar que só ocorre demanda por carga até o período 14 (4h30min), nos demais períodos a demanda é zero para todos os terminais.
- c_{ij}^v = custo por deslocar um veículo do tipo v de i para j , $i, j \in N, v \in V$.
- C^v = custo fixo operacional diário ao utilizar um veículo do tipo v , $v \in V$.
- D_i = quantidade de docas disponíveis (em número de veículos) para realizar a operação de carga e descarga de veículos no CO i , $i \in N$.
- m_{it}^v = quantidade de veículos do tipo v que entram no sistema no terminal i no período t , $i \in N, t \in T, v \in V$.
- K^v = capacidade de carga em US que cada veículo do tipo v consegue transportar, $v \in V$.

- h_{ij} = custo (por US) por acúmulo de demanda de i para j , $i, j \in N$.
- g_{ij}^v = custo (por US) por capacidade não utilizada em um deslocamento de i para j com um veículo do tipo v , $i, j \in N, v \in V$.

4.1.3 Variáveis

As variáveis utilizadas na modelagem são:

- X_{ijt}^v = fluxo (número) de veículos carregados do tipo v usados para satisfazer a demanda de i para j no período t , $i \in N, j \in N, t \in T, v \in V$.
- Y_{ijt}^v = fluxo (número) de veículos descarregados do tipo v de i para j no período t , $i \in N, j \in N, t \in T, v \in V$. Considera-se que, se $i = j$, o movimento é chamado de "estoque".
- Q_{ijt}^v = capacidade ociosa (em US) de i para j no período t por tipo de veículo v , $i \in N, j \in N, t \in T, v \in V$.
- \bar{m}_{it}^v = quantidade de veículos do tipo v que entram no sistema no terminal i no período t , $i \in N, t \in T, v \in V$.
- I_{ijt} = demanda (em US) não atendida (*backlog*) de i para j no período t , $i \in N, j \in N, t \in T$.

4.2 Modelo 1 (M_1): Modelo Base

O caso da Empresa X diferencia-se do exemplo apresentado anteriormente no Capítulo 2. No caso do Exemplo de Murty a empresa precisava alocar os veículos com a finalidade de maximizar o lucro. Contudo, para a Empresa X não há lucro ao atender uma demanda. Sendo assim, a função objetivo foi definida com a finalidade de minimizar os custos da operação. Desse modo, o modelo M_1 pode ser definido como:

Função Objetivo:

$$\min \sum_{i \in N} \sum_{t \in T} \sum_{v \in V} C^v m_{it}^v + \sum_{i \in N} \sum_{j \in N, j \neq i} \sum_{t \in T} \sum_{v \in V} c_{ij}^v (X_{ijt}^v + Y_{ijt}^v) \quad (4.1)$$

Sujeito às restrições:

$$\sum_{j \in N} (X_{ijt}^v + Y_{ijt}^v) - \sum_{k \in N, k \neq i, t > \alpha_{kiv}} X_{ki(t-\alpha_{kiv})}^v - \sum_{k \in N, k \neq i, t > \beta_{kiv}} Y_{ki(t-\beta_{kiv})}^v = m_{it}^v + Y_{ii(t-1)}^v$$

$$\forall i \in N, \forall t \in T, \forall v \in V \quad (4.2)$$

$$\sum_{v \in V} (K^v X_{ijt}^v - Q_{ijt}^v) = d_{ijt}, \forall i, j \in N, \forall t \in T \quad (4.3)$$

$$X_{ijt}^v \geq 0, Y_{ijt}^v \geq 0, Q_{ijt}^v \geq 0, \text{ inteiros }, \forall i, j \in N, \forall t \in T, \forall v \in V \quad (4.4)$$

A função objetivo (4.1), como mencionado anteriormente, tem a finalidade de minimizar o custo fixo ao se alocar veículos para a operação e os custos variáveis relacionados ao deslocamento de veículos tanto carregados quanto descarregados. As restrições (4.2) são as equação de balanço de fluxo de veículos para um dado terminal $i, i \in N$ em um certo período $t, t \in T$ para cada tipo de veículo $v, v \in V$. As restrições (4.3) garantem que toda a demanda seja atendida. As restrições (4.4) são as restrições de domínio das variáveis de decisão.

4.3 Modelo 2 (M_2): Modelo com Limitação do Número de Docas

O Modelo 2 (M_2) surge com a finalidade de tornar o modelo matemático mais próximo da realidade da Empresa X. Para isso, utilizou-se como base o Modelo 1 (M_1) e incorporou-se as restrições de capacidade nos terminais por meio do parâmetro D_i . Tal parâmetro é dado em número máximo de veículos que podem ser recebidos por cada armazém $i, i \in N$, em qualquer período de tempo $t, t \in T$. Sendo assim, mantendo a notação utilizada nos modelos anteriores, o modelo M_2 pode ser definido como:

Função Objetivo:

$$\min \sum_{i \in N} \sum_{t \in T} \sum_{v \in V} C^v m_{it}^v + \sum_{i \in N} \sum_{j \in N, i \neq j} \sum_{t \in T} \sum_{v \in V} c_{ij}^v (X_{ijt}^v + Y_{ijt}^v) \quad (4.1)$$

Sujeito às restrições:

$$(4.2), (4.3), (4.4)$$

$$\sum_{k \in N, k \neq i, t > \alpha_{kiv}} X_{ki(t-\alpha_{kiv})}^v + \sum_{k \in N, k \neq i, t > \beta_{kiv}} Y_{ki(t-\beta_{kiv})}^v + m_{it}^v + Y_{ii(t-1)}^v \leq D_i, \forall i \in N, \forall t \in T \quad (4.5)$$

As restrições (4.5) garantem que para qualquer período $t, t \in T$ a soma de todos os veículos do tipo $v, v \in V$ que chegam ao Complexo Operacional $i, i \in N$, carregados, descarregados, "novos" veículos mais todos os veículos que fizeram movimento de estoque do período anterior, são sempre inferiores ou iguais a capacidade máxima D_i de docas disponíveis.

4.4 Modelo 3 (M_3): Modelo com Dimensionamento da Frota

O Modelo 3 (M_3) tem como objetivo realizar o dimensionamento da frota de veículos. Esse modelo permite analisar alguns detalhes importantes como: (i) determinar a melhor posição inicial para cada veículo do tipo $v, v \in V$, (ii) determinar a melhor configuração da frota, ou seja, o número ótimo de veículos por tipo de veículo $v, v \in V$. Para isso, foi desconsiderado o número de veículos disponíveis na operação. O parâmetro $m_{it}^v, i \in N, t \in T, v \in V$ definido anteriormente foi removido. A variável de decisão $\bar{m}_{it}^v, i \in N, t \in T, v \in V$ foi adicionada para representar o dimensionamento da frota. O modelo M_3 pode ser definido como:

Função Objetivo:

$$\min \sum_{i \in N} \sum_{t \in T} \sum_{v \in V} C^v \bar{m}_{it}^v + \sum_{i \in N} \sum_{j \in N, j \neq i} \sum_{t \in T} \sum_{v \in V} c_{ij}^v (X_{ijt}^v + Y_{ijt}^v) \quad (4.6)$$

Sujeito às restrições:

$$(4.3), (4.4), (4.5)$$

$$\sum_{j \in N} (X_{ijt}^v + Y_{ijt}^v) - \sum_{k \in N, k \neq i, t > \alpha_{kiv}} X_{ki(t-\alpha_{kiv})}^v - \sum_{k \in N, k \neq i, t > \beta_{kiv}} Y_{ki(t-\beta_{kiv})}^v = \bar{m}_{it}^v + Y_{ii(t-1)}^v$$

$$\forall i \in N, \forall t \in T, \forall v \in V \quad (4.7)$$

$$\bar{m}_{it}^v \geq 0, \text{ inteiros}, \forall i \in N, \forall t \in T, \forall v \in E \quad (4.8)$$

A função objetivo (4.6) tem como finalidade minimizar os custos totais de operação, minimizando os custos fixos por contratação dos veículos e os custos variáveis relacionados aos deslocamentos. Sujeito as restrições (4.3), (4.4), (4.5) descritas nos modelos M_1 e M_2 . As restrições (4.7) são as equações de balanço de fluxo de veículos para um dado terminal $i, i \in N$ em um certo período $t, t \in T$ para cada tipo de veículo $v, v \in V$. As restrições (4.8) definem o domínio das novas variáveis de decisão do problema.

4.5 Modelo 4 (M_4): Modelo com Possibilidade de *Backlog* da Demanda

Os modelos M_1, M_2 e M_3 obrigam que a demanda seja atendida no período em que ela ocorre. Contudo, em situações reais, demandas não atendidas podem aguardar no Complexo Operacional e serem acumuladas para transporte em um período posterior, obrigatoriamente para o mesmo terminal de destino.

Sendo assim, o Modelo 4 (M_4) utiliza como base o modelo M_3 e acrescenta a possibilidade de *backlog* da demanda. Ou seja, o modelo permite que a demanda não seja atendida necessariamente no período em que ela ocorre. É permitido que a demanda d_{ijt} do Complexo Operacional $i, i \in N$ para o Complexo Operacional $j, j \in N$ no período $t, t \in T$ seja atendida em algum período $t', t' \in T, t' \geq t$.

Com a finalidade de penalizar os acúmulos, acrescentou-se ao modelo o parâmetro h_{ij} que corresponde ao valor de penalização pela não entrega da demanda de $i, i \in N$ para $j, j \in N$ no período $t, t \in T$ (tal parâmetro foi calculado por meio de uma média entre os custos variáveis por deslocamento dos veículos do tipo v de i para j ponderada pela capacidade de cada veículo do tipo $v, i, j \in N, v \in V$). Além disso, inclui-se também no modelo a variável I_{ijt} que corresponde à demanda acumulada (não atendida) de $i, i \in N$ para $j, j \in N$ no período $t, t \in T$. O modelo M_4 pode ser definido como:

Função Objetivo

$$\begin{aligned}
\min \sum_{i \in N} \sum_{t \in T} \sum_{v \in V} C^v \bar{m}_{it}^v + \sum_{i \in N} \sum_{j \in N, j \neq i} \sum_{t \in T} \sum_{v \in V} c_{ij}^v (X_{ijt}^v + Y_{ijt}^v) \\
+ \sum_{i \in N} \sum_{j \in N, j \neq i} \sum_{t \in T} (h_{ij} I_{ijt})
\end{aligned} \tag{4.9}$$

Sujeito às restrições:

$$(4.4), (4.5), (4.7), (4.8)$$

$$I_{ij0} = d_{ij0} - \sum_{v \in V} (K^v X_{ij0}^v - Q_{ij0}^v), \forall i, j \in N, t \in T \tag{4.10}$$

$$I_{ijt} = I_{ij(t-1)} + d_{ijt} - \sum_{v \in V} (K^v X_{ijt}^v - Q_{ijt}^v), \forall i, j \in N, t \in T \tag{4.11}$$

$$I_{ijT_n} = 0, \forall i, j \in N \tag{4.12}$$

$$I_{ij|T|} \geq 0, \text{ inteiros}, \forall i, j \in N, \forall t \in T \tag{4.13}$$

A Função Objetivo é semelhante à apresentada nos modelos M_2 e M_3 , buscando minimizar os custos de operação com o acréscimo da penalização por acúmulo de demanda. Sujeito as restrições (4.4), (4.5), (4.7), (4.8) descritas nos modelos M_1 , M_2 e M_3 . A restrição (4.10) garante que não haja *backlog* no primeiro período. A restrição (4.11) representa a quantidade de demanda não atendida de $i, i \in N$ para $j, j \in N$ no período $t, t \in T$, ela é igual a quantidade de demanda não atendida no período anterior mais a demanda do período atual. A restrição (4.12) garante que toda a demanda seja transportada até o último período de operação. A restrição (4.13) define o domínio da nova variável de decisão do problema.

4.6 Modelo 5 (M_5): Modelo com Minimização da Capacidade Ociosa dos Veículos

Os modelos M_1 , M_2 , M_3 e M_4 permitem que as viagens ocorram com veículos com qualquer ocupação, caso faça sentido que ela ocorra. O Modelo 5 (M_5) foi então criado a partir do modelo M_4 com a finalidade de analisar o impacto dessa capacidade ociosa no resultado final.

Para isso, e visando minimizar a capacidade ociosa nos veículos em cada arco (i, j) , partiu-se da função objetivo (4.9) apresentada no modelo M_4 e incorporou-se a variável Q_{ijt}^v associada a um custo por capacidade ociosa de i para j pelo veículo do tipo v com $i, j \in N$ e $v \in V$ (tal custo é representado pelo parâmetro g_{ij}^v que foi calculado pela divisão entre os custos variáveis de deslocamento de i para j com o veículo do tipo v , $i, j \in N, v \in V$ e a respectiva capacidade do veículo K_v). O modelo M_5 pode ser definido como:

$$\begin{aligned}
 \min \sum_{i \in N} \sum_{t \in T} \sum_{v \in V} C^v \bar{m}_{it}^v + \sum_{i \in N} \sum_{j \in N, j \neq i} \sum_{t \in T} \sum_{v \in V} c_{ij}^v (X_{ijt}^v + Y_{ijt}^v) \\
 + \sum_{i \in N} \sum_{j \in N, j \neq i} \sum_{t \in T} (h_{ij} I_{ijt}) + \sum_{i \in N} \sum_{j \in N, j \neq i} \sum_{t \in T} \sum_{v \in V} g_{ij}^v Q_{ijt}^v
 \end{aligned} \tag{4.14}$$

Sujeito às restrições:

$$(4.4), (4.5), (4.7), (4.8), (4.10), (4.11), (4.12) \text{ e } (4.13)$$

A função objetivo (4.14) visa minimizar os custos totais de operação considerando os custos fixos por utilização de veículos, os custos variáveis por deslocamento realizado carregados e descarregados de i para j com um veículo do tipo v no período t com $i, j \in N, t \in T, v \in V$, os custos por acúmulo da demanda (*backlog*) de i para j no período t com $i, j \in N, t \in T$ e os custos por capacidade ociosa de i para j com um veículo do tipo v no período t com $i, j \in N, t \in T, v \in V$.

5 RESULTADOS COMPUTACIONAIS E ANÁLISES

Este capítulo abordará os resultados computacionais obtidos a partir das modelagens matemáticas propostas no Capítulo 4. A primeira seção do presente capítulo discutirá brevemente a implementação dos modelos matemáticos e a metodologia utilizada para sua resolução. Em seguida, será apresentada a programação atual dos veículos da Empresa X e suas características principais. Por fim, as próximas seções do capítulo serão dedicadas a discutir os resultados dos 5 modelos apresentados, seus principais pontos e consequências práticas mais relevantes.

5.1 Implementação Computacional

A presente seção do capítulo tem como objetivo discutir as principais características gerais dos cinco modelos computacionais construídos para encontrar a solução das modelagens matemáticas propostas no capítulo 4. Dentre elas, pode-se destacar: organização dos variáveis e principais bibliotecas utilizadas. As implementações dos modelos M_2 e M_5 podem ser observados em mais detalhes nos Apêndices do presente trabalho, optou-se por exibir apenas esses dois modelos uma vez que eles englobam todas as características computacionais dos demais modelos. Por fim, será apresentado a forma como uma das análises foi construída nos modelos: Análise de Ocupação.

O computador utilizado para o processamento dos códigos tem as seguintes configurações:

- **Modelo:** Dell Latitude 5310.
- **Processador:** Intel(R) Core(TM) i7-10610U CPU @ 1.80Ghz 2.30GHz.
- **RAM instalada:** 8,00 GB.
- **Tipo de sistema:** Sistema operacional de 64 bits, processador baseado em x64.

- **Sistema Operacional:** Windows 11 Pro, versão 21H2.

5.1.1 Construção dos Modelos

As implementações dos modelos foram feitas utilizando a linguagem de programação *Python 3.8*, linguagem que possui interface com diversos *solvers* e inúmeras bibliotecas que auxiliam no desenvolvimento do código. As principais bibliotecas utilizadas para a elaboração dos modelos foram:

- **Pyomo:** Biblioteca de *Python* para modelagem e resolução de problemas de otimização (BYNUM et al., 2021). Foi utilizada para a declaração das variáveis do modelo e formulação das expressões matemáticas.
- **Pandas:** Biblioteca utilizada para a construção e manipulação de *DataFrames* em *Python*, facilitando análises estatísticas de modelos computacionais (MCKINNEY et al., 2010). Ela foi utilizada principalmente para a importação dos valores dos parâmetros dos modelos de arquivos *Excel* no formato “*.xlsx*”.
- **Matplotlib:** Pacote gráfico para desenvolvimento de aplicações em *Python scripts* interativos e geração de imagens (HUNTER, 2007). Foi utilizado para geração de gráficos que auxiliam a compreensão da solução.
- **NetworkX:** Pacote de linguagem *Python* para exploração e análise de redes e algoritmos de rede (HAGBERG; SWART; CHULT, 2008). Foi utilizado em conjunto com o Matplotlib para a geração de grafos (gerando nós e arcos) que auxiliam a compreensão da solução.
- **Numpy:** Pacote de linguagem *Python* cujo objetivo é criar o pilar para um ambiente útil de computação científica (OLIPHANT, 2006). Foi utilizado para a análise de capacidade ociosa dos veículos que será detalhada posteriormente neste capítulo.
- **Gurobi:** *Solver* capaz de integrar eficientemente diversas técnicas de resolução de Problemas Lineares Inteiros (Gurobi Optimization, LLC, 2021). Foi utilizado a versão 9.1.2 com os parâmetros *default* com a finalidade resolver os modelos construídos com o Pyomo.

5.1.2 Análise de Ocupação

Foi realizado um estudo de capacidade ocupada nos veículos em todos os modelos descritos $(M_1, M_2, M_3, M_4, M_5)$. Com isso, calculou-se a capacidade média ocupada no arco, caso alguma viagem com o veículo carregado tenha ocorrido (se no arco (i, j, t) , $X_{ijt}^v \neq 0, i, j \in N, t \in T, v \in V$), por meio da divisão entre a quantidade transportada de carga e a capacidade total alocada.

$$\frac{\sum_{v \in V} (K^v X_{ijt}^v - Q_{ijt}^v)}{\sum_{v \in V} K^v X_{ijt}^v}, \forall i, j \in N, t \in T \quad (5.1)$$

O numerador da expressão (5.1) é a somatória para todos os tipos de veículos v da quantidade transportada de carga no arco (i, j, t) $i, j \in N, t \in T, v \in V$. Já o denominador é a somatória da capacidade total alocada para atender a demanda daquele arco.

5.2 Programação Atual da Empresa

Atualmente a Empresa X conta com uma frota de 36, sendo 8 do tipo 1; 11 do tipo 2 e 17 do tipo 3, como exibido na Tabela 4. Tais veículos são organizados em 56 linhas distintas que realizam os percursos entre os quatro Complexos Operacionais ao longo da janela de transferência. Contudo, atualmente a Empresa X não conta com nenhum tipo de *software* para organizar as linhas, de modo que a programação é feita manualmente pelos responsáveis.

A ausência de um *software* adequado para realizar a programação dos veículos gera uma enorme ineficiência na operação, segundo o contato da Empresa X. Muitos veículos precisam ser reposicionados de última hora para atender as demandas nos COs, ou seja, durante a operação ocorrem alguns deslocamentos de veículos descarregados acarretando em um aumento dos custos. Outro ponto importante é o fato de que a ausência de um controle computacional dificulta a obtenção de dados da operação por parte da empresa, comprometendo a tomada de decisão por parte dos responsáveis.

A frota de veículos contratados incorre em um custo fixo de R\$ 1.933,42 por dia. As linhas de deslocamento entre Complexos Operacionais contribuem para um custo variável de R\$ 50.541,05 por dia de operação, totalizando em um custo de R\$ 52.474,47. Vale ressaltar que os valores apresentados tomam como base os dados de custos apresentados no Capítulo 3 e, conforme comentado no capítulo mencionado, os valores foram des-caracterizados para manter a confidencialidade da Empresa X. Contudo, os resultados

apresentados são comparáveis com os valores reais da operação.

5.3 Resultado com o Modelo 1 (M_1)

O modelo M_1 , como explicado no capítulo 4, foi desenvolvido como o modelo base da Empresa X. Ou seja, considerando o problema com suas características e parâmetros atuais. Sua conversão para um modelo computacional foi feita da maneira descrita na Seção 5.1.1.

O parâmetro (m_{it}^v) referente ao posicionamento inicial de cada veículo v em um Complexo Operacional i em um dado período t , $i \in N, t \in T, v \in V$ foi definido apenas para o período inicial. Ou seja, considerou-se que todos os veículos estavam disponíveis no primeiro período de operação, como ocorre na operação da Empresa X. Os valores atribuídos indicando a distribuição inicial por COs estão exibidos na Tabela 16

Tabela 16: Valores iniciais do parâmetro m_{it}^v no Modelo M_1

Veículos	A	B	C	D	Total
Tipo 1	3	1	2	2	8
Tipo 2	4	2	2	3	11
Tipo 3	6	3	3	5	17
Total	13	6	7	10	36

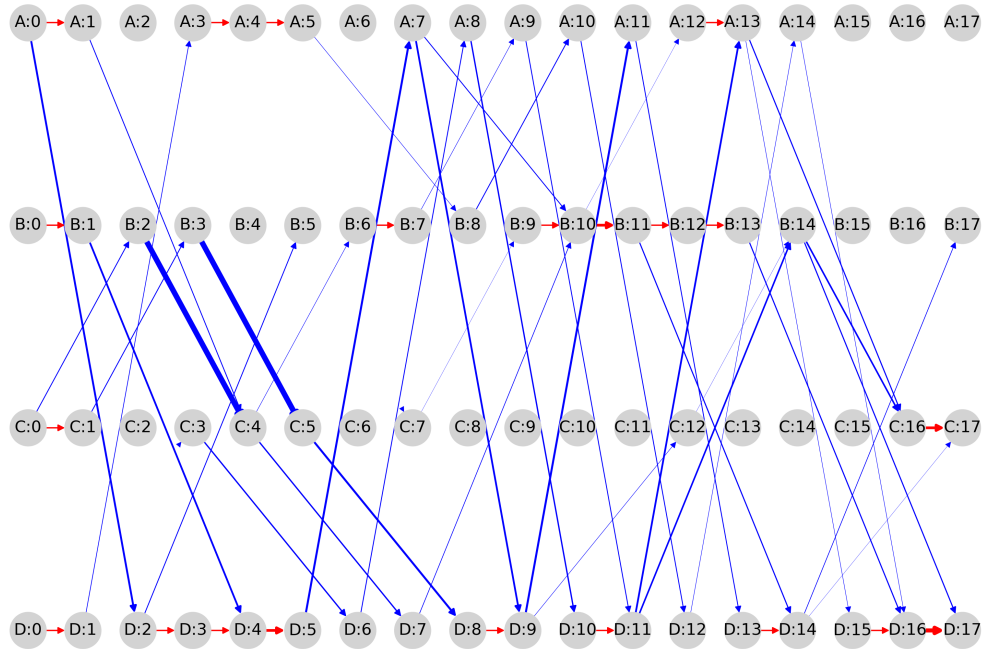
Fonte: O autor.

Com estas configurações, o modelo foi executado e a solução ótima foi encontrada pelo *Gurobi* em 0,1758 segundos . O *solver* apresentou o valor de R\$ 37.191,90 para a solução ótima, no qual R\$ 1.933,85 representam os custos fixos e R\$ 35.258,05 representam os custos variáveis, apresentando uma redução de R\$ 15.282,56, o equivalente a 29,2% do valor, quando comparado a programação atual da empresa. Foram realizadas 92 viagens com veículos carregados e 66 movimentos de estoque.

Com o auxílio das bibliotecas descritas na Seção 5.1.1 foi possível gerar grafos que facilitam a visualização da solução encontrada. As posições dos Complexos Operacionais seguem a mesma lógica da descrita na Figura 11 exibida na seção 3.4, os quatro Complexos Operacionais são representados pelas 4 letras (A, B, C, D) enquanto suas posições no tempo durante a janela de transferência são representadas pela numeração associado (i.e., B:3 representa o Complexo Operacional B no período 3).

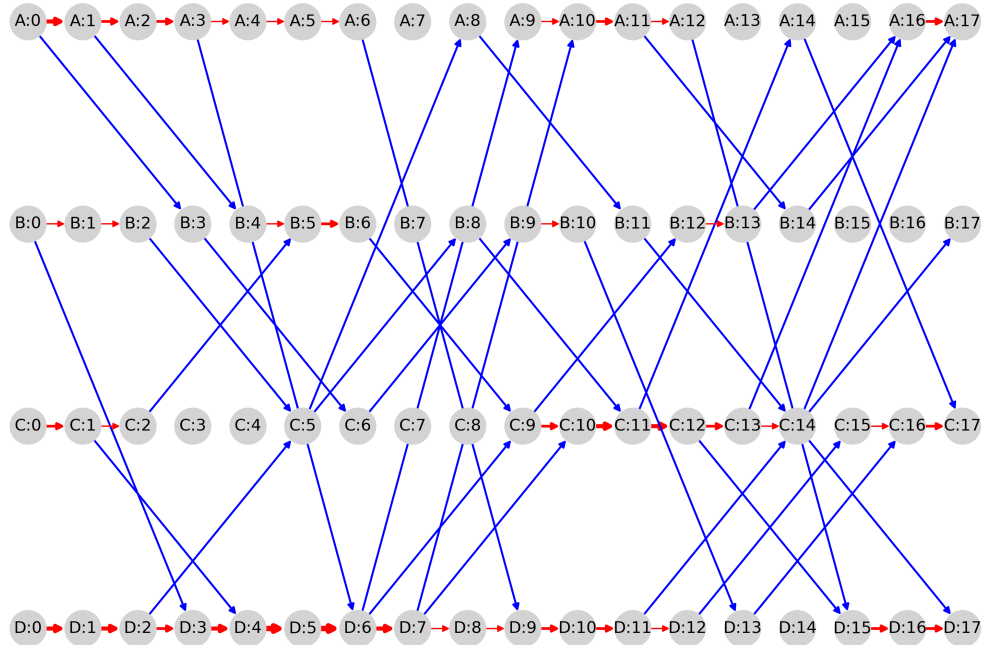
Os arcos representam os deslocamentos dos veículos entre os COs, em que arcos na coloração azul representam veículos que se deslocam com carga e arcos na coloração vermelha representam veículos que se deslocam sem carga (i.e., descarregados ou vazios). A espessura dos arcos azuis é proporcional à ocupação dos veículos, ou seja, quanto maior a ocupação mais espessa é a seta. Já a espessura dos arcos vermelhos é proporcional à quantidade de veículos se deslocando vazios naquele arco. Para cada modelo foram geradas três imagens, uma para cada tipo de veículo (1,2,3). As Figuras 12, 13 e 14 representam os deslocamentos dos veículos do tipo 1, 2 e 3, respectivamente.

Figura 12: Fluxo de veículos do tipo 1 com o modelo M_1 .



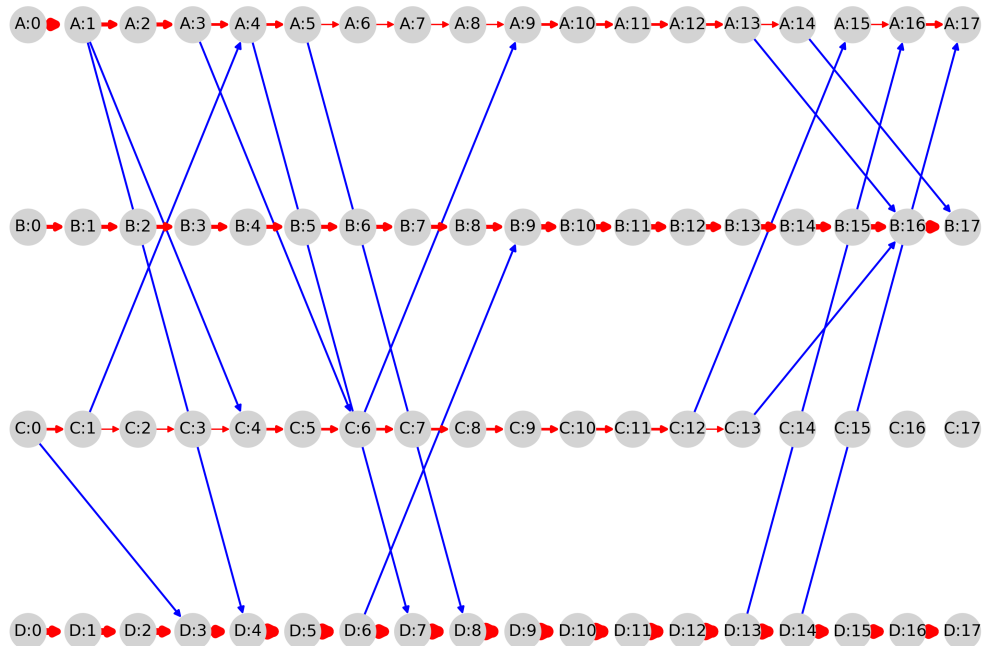
Fonte: O autor.

Figura 13: Fluxo de veículos do tipo 2 com o modelo M_1 .



Fonte: O autor.

Figura 14: Fluxo de veículos do tipo 3 com o modelo M_1 .

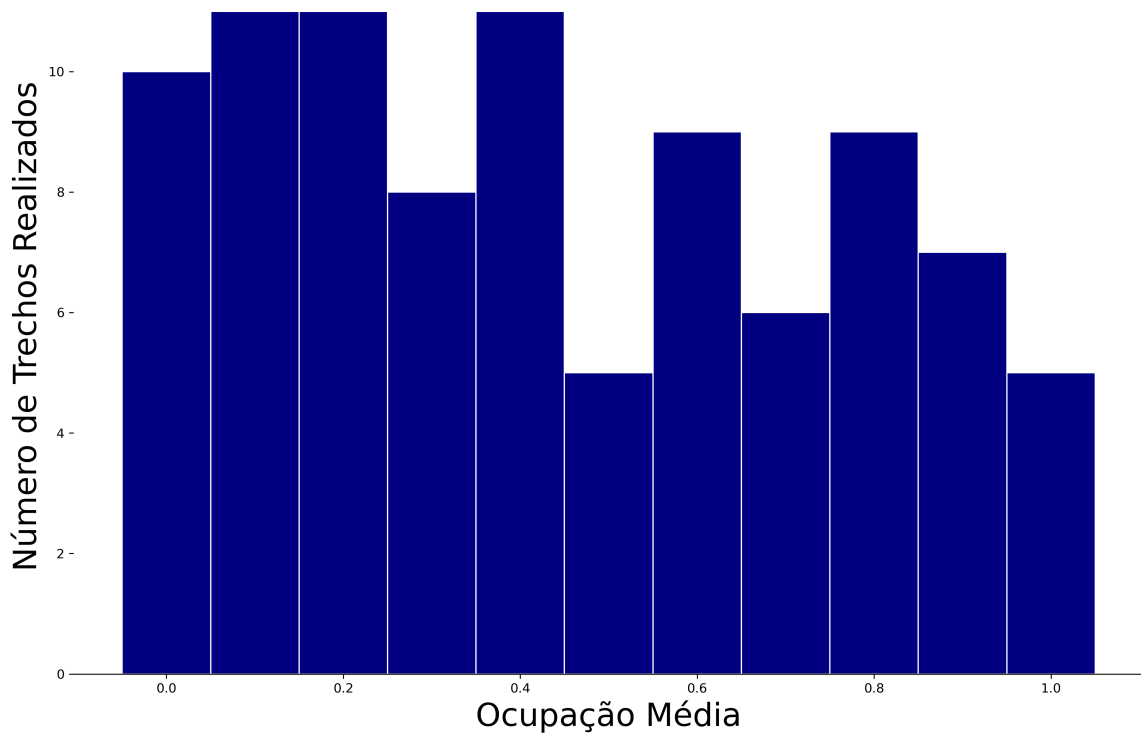


Fonte: O autor.

É interessante destacar que, diferentemente da programação atual da Empresa X, o modelo M_1 foi capaz de atender toda a demanda sem a ocorrência de deslocamentos vazios entre Complexos Operacionais com nenhum dos três tipos de veículos. Os únicos deslocamentos vazios foram os movimentos de estoque. Outro ponto revelante é o fato de muitos veículos do tipo 3 não realizarem nenhum movimento, isso é possível observar dada a espessura das setas vermelhas, principalmente no Complexo Operacional D. Em todos os COs em quase todos os períodos houve movimento de estoque do veículo do tipo 3, mostrando uma sub utilização desse veículo.

Com a expressão (5.1) foi possível calcular a ocupação média por trecho (i, j, t) , $i, j \in N, t \in T$. Para o Modelo M_1 obteve-se um valor de ocupação média de 44% com um desvio padrão de 30%. Os detalhes da ocupação média do modelo M_1 podem ser observados no histograma apresentado na Figura 15 que exibe a ocupação média pelo número de Trechos Realizados com essa ocupação.

Figura 15: Ocupação média com o Modelo M_1 .



Fonte: O autor.

Nesse modelo, 32 trechos tiveram uma ocupação média inferior a 25% da capacidade total. Por outro lado, apenas 21 trechos foram realizados com capacidade superior a 75%.

5.4 Resultado com o Modelo 2 (M_2)

O modelo M_2 acrescentou a restrição de capacidade de docas ao modelo M_1 . Contudo, o incorporamento de tal restrição não alterou o valor da solução ótima obtida pelo Modelo M_1 . A solução encontrada pelo *Gurobi* para o modelo M_2 foi igual ao valor apresentado no modelo M_1 de R\$ 37.191,91, em um tempo de processamento de 0,1718 segundos. Contudo, a solução encontrada não foi exatamente a mesma e sim uma solução ótima alternativa.

5.5 Resultado com o Modelo 3 (M_3)

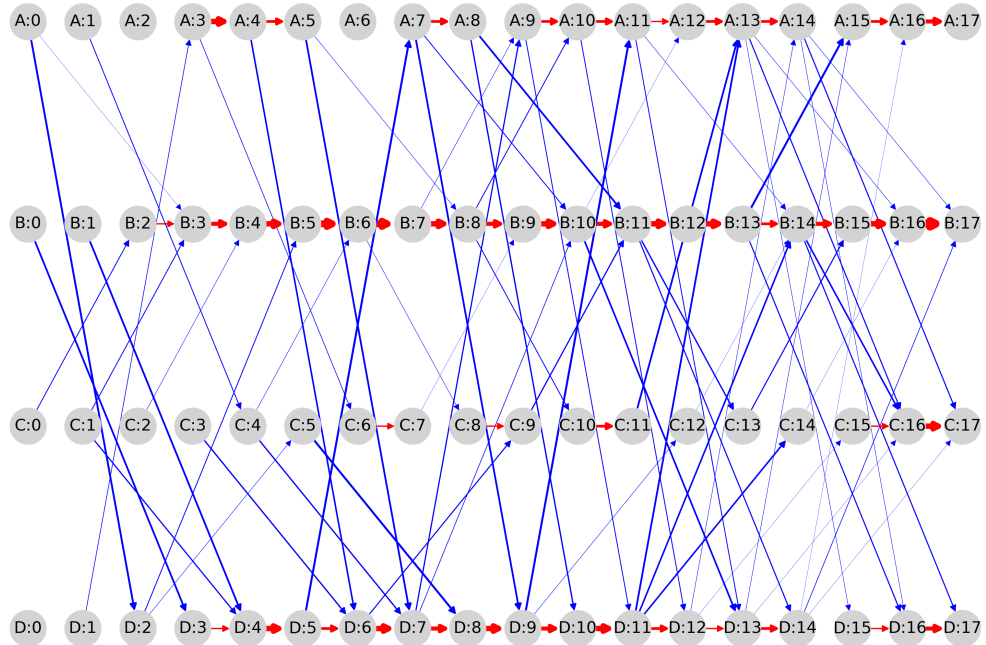
O modelo M_3 foi construído com a finalidade de se analisar a quantidade de veículos necessária para realizar a operação de troca de cargas. Desse modo, como mencionado no Capítulo 4, o modelo realiza o dimensionamento da frota de caminhões por meio da substituição do parâmetro m_{it}^v pela variável \bar{m}_{it}^v . Esse modelo permite comparar o número ótimo de veículos com a quantidade atual.

A solução ótima do modelo M_3 foi encontrada pelo *Gurobi* em 0,1882 segundo. O valor da solução encontrada pelo *solver* foi de R\$ 29.411,00, no qual R\$ 1731,78 são os custos fixos e R\$ 27.679,22 representam os custos variáveis, apresentando uma redução de 21% do valor quando comparado aos resultados dos modelos M_1 e M_2 . Foram realizadas 88 viagens com veículos carregados e 59 movimentos de estoque.

O modelo alocou um total de 38 veículos para a operação, número superior a quantidade total de veículos atual, que é de 36 veículos. Contudo, a distribuição dos veículos pelos três tipos de veículo é diferente. Desses 38, 21 veículos são do tipo 1, 12 do tipo 2 e 5 são do tipo 3. Tal alteração no número de veículos é refletida diretamente nos custos fixos da operação, que apresentou uma redução na ordem de R\$ 202,07 quando comparado aos modelos M_1 e M_2 . Os custos variáveis sofreram redução ainda maior de R\$ 5.846,38, uma vez que o modelo optou por alocar mais veículos do tipo 1, que são menos onerosos por deslocamento quando comparado aos veículos do tipo 3.

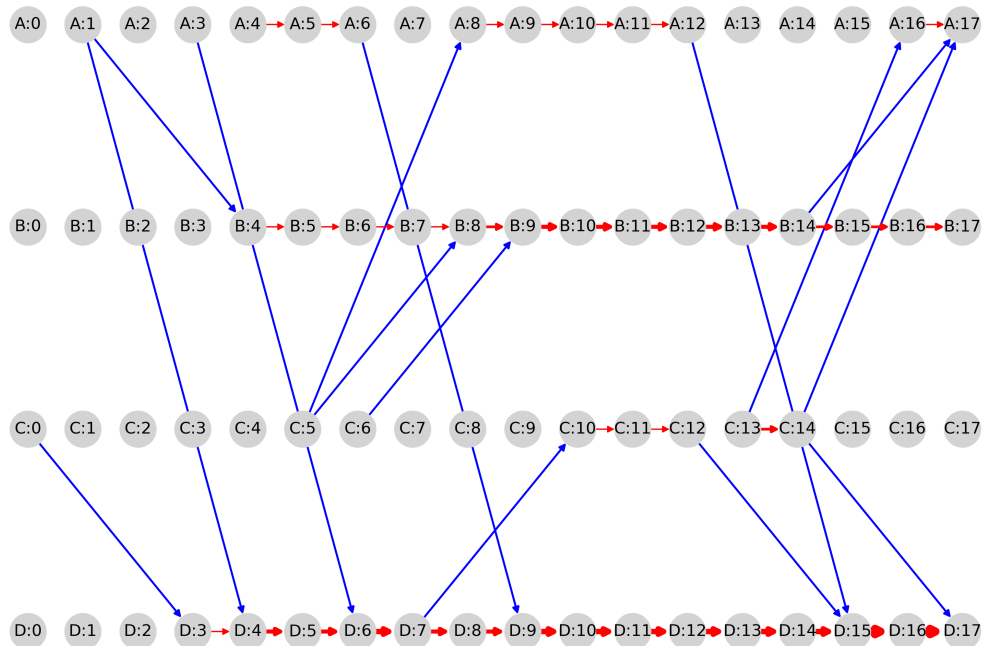
A representação visual da solução obtida com o modelo M_3 , assim como descrita na Seção 5.3, pode ser observada por meio das Figuras 16, 17 e 18, respectivamente para os veículos dos tipos 1, 2 e 3.

Figura 16: Fluxo de veículos do tipo 1 com o modelo M_3 .



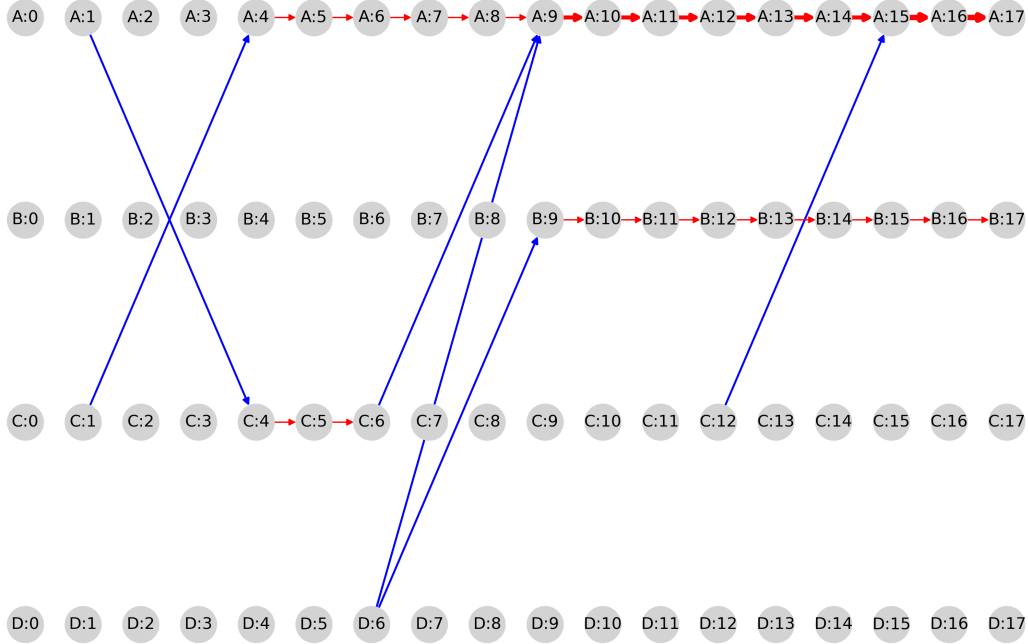
Fonte: O autor.

Figura 17: Fluxo de veículos do tipo 2 com o modelo M_3 .



Fonte: O autor.

Figura 18: Fluxo de veículos do tipo 3 com o modelo M_3 .



Fonte: O autor.

É interessante destacar que o modelo M_3 , pelo fato de ter \bar{m}_{it}^v como uma variável, permite que um veículo do tipo v , entre no sistema a partir de qualquer período t , diferentemente do modelo M_1 que considerava que todos os veículos estariam disponíveis a partir do início da operação, assim como ocorre na Empresa X. Contudo, uma vez dentro do sistema, a equação de balanço de fluxo obriga que o veículo permaneça até o fim da operação.

O modelo M_3 continuou sem apresentar nenhum deslocamento de veículos vazios entre Complexos Operacionais. Tal fato é justificado pois os custos fixos para a alocação de um novo veículo do tipo v são sempre inferiores aos custos variáveis de deslocamento entre os COs. Sendo assim, sempre é melhor alocar um novo veículo para atender uma demanda do que deslocar um veículo vazio entre COs.

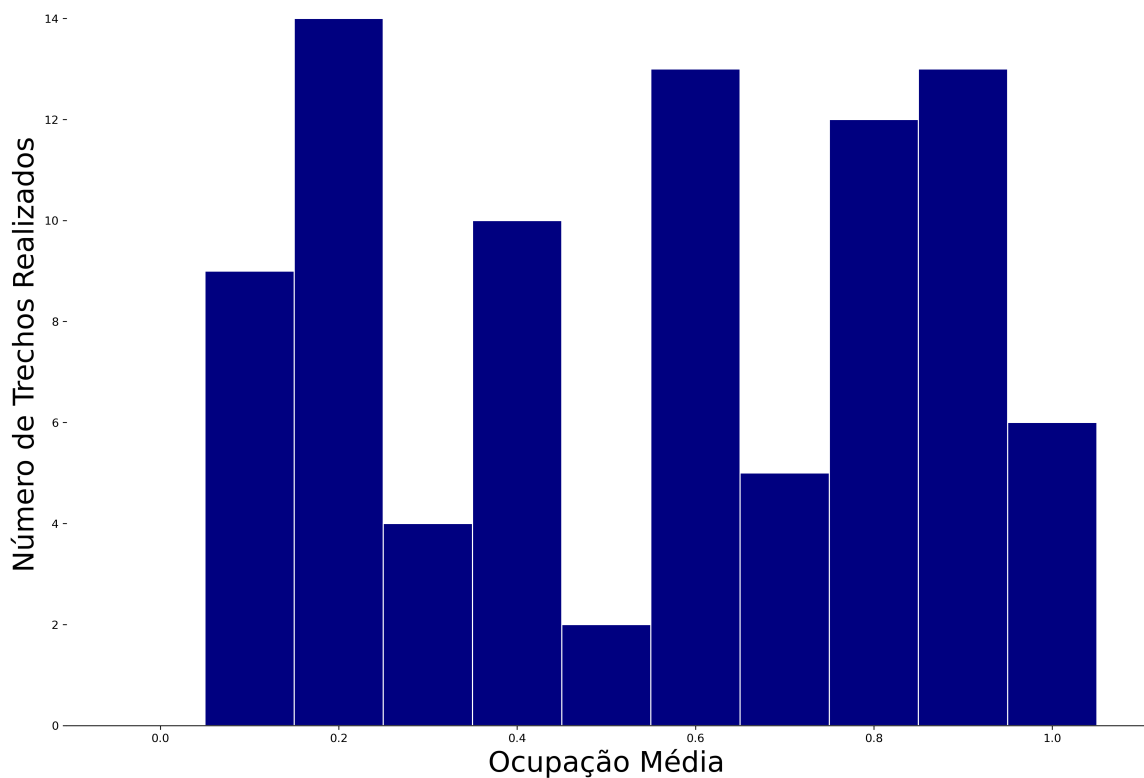
Um maior número de veículos do tipo 1 foi refletido no aumento considerável de fluxos do mesmo. Tal fato pode ser observado ao comparar a Figura 16 com a Figura 12, sendo o fluxo de veículos carregados do tipo 1 no modelo M_3 consideravelmente maior do que o fluxo de veículos carregados do tipo 1 no modelo M_1 .

Outro ponto interessante são os fluxos de veículos do tipo 3, que apresentaram uma grande redução de movimentos de estoque. Este fato está diretamente relacionado à

redução de 12 veículos do tipo 3 entre os modelos M_1 e M_3 . O modelo M_1 apresentava uma sub utilização desse tipo de veículo, acarretando em uma enorme quantidade de movimentos de estoque. Já o modelo M_3 utiliza os veículos do tipo 3 esporadicamente, refletindo em uma menor alocação desse tipo de veículo e um menor fluxo de viagens carregadas realizadas, tanto cheias quanto movimentos de estoque.

A ocupação média no modelo M_3 apresentou um incremento. O valor obtido de ocupação média por meio da expressão 5.1 foi de 55%, com um desvio padrão de 28%, superior ao apresentado nos modelos M_1 e M_2 . Tal fato é reflexo direto do dimensionamento da frota de veículos, realizando um melhor aproveitamento para cada tipo de veículo. O histograma que representa a ocupação média por trecho realizado pode ser observado na Figura 19.

Figura 19: Ocupação Média com o modelo M_3 .



Fonte: O autor.

É possível notar que houve uma diminuição nas viagens com baixa ocupação. Não houve nenhum trecho realizado com ocupação média inferior a 5%. Além disso, o número de trechos realizados com ocupação média inferior a 25% caiu de 32 para 23. Por outro lado, o número de trechos realizados com ocupação média acima de 75% subiu de 21 para 31. Tal fato é reflexo de um melhor aproveitamento para cada tipo de veículo.

5.6 Resultado com o Modelo 4 (M_4)

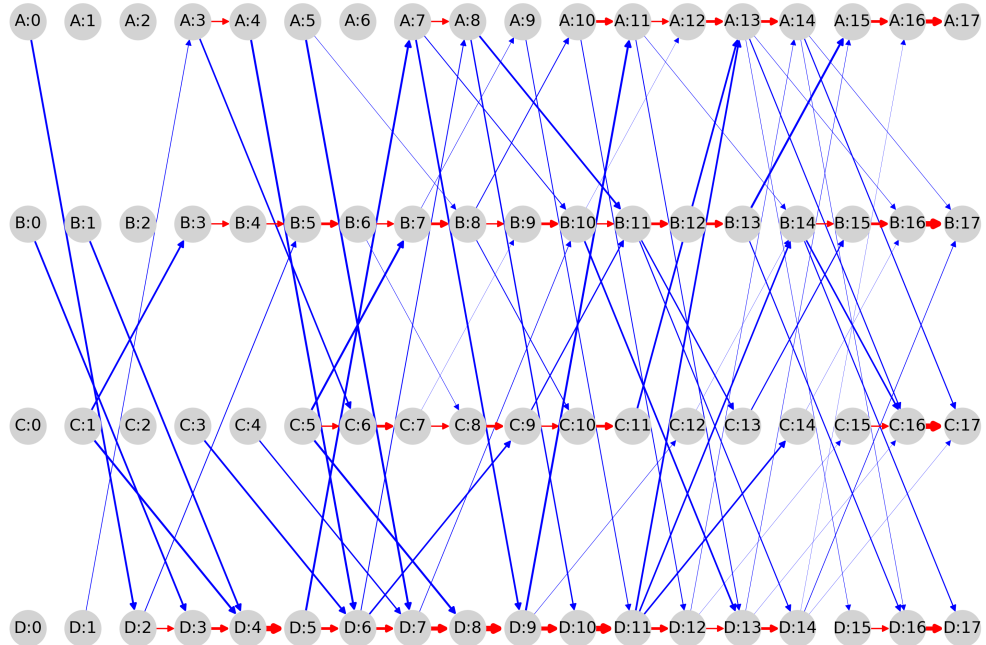
O modelo 4 (M_4) introduz a possibilidade de *backlog* da demanda. Ou seja, permite-se que a demanda, em um certo trecho e em um certo período, não seja necessariamente atendida no período que ela ocorre e sim posteriormente, atrelado a um custo por acúmulo.

A solução ótima do modelo M_4 foi encontrada pelo *Gurobi* em 0,4290 segundo. O valor da solução encontrada pelo *solver* foi de R\$ 28.423,24. Desses, R\$ 1.477,11 representam os custos fixos e R\$ 26.946,13 representam os custos variáveis da operação. A solução ótima do modelo M_4 apresentou uma redução de 3,4% quando comparada ao modelo M_3 . Foram realizados um total de 83 viagens com veículos carregados e 62 movimentos de estoque.

O modelo M_4 alocou um total de 33 veículos para a operação, número inferior aos dos modelos M_1 , M_2 e M_3 . Desses, 19 veículos são do tipo 1, 11 veículos são do tipo 2 e apenas 3 veículos são do tipo 3. Este fato acarreta na redução dos custos fixos quanto comparado aos modelos mencionados. Dessa forma, pode-se concluir que a solução do Modelo M_4 opta por aceitar o custo de acúmulo de demanda, elevando os custos variáveis, com a finalidade de reduzir a frota e, conseqüentemente, os custos fixos.

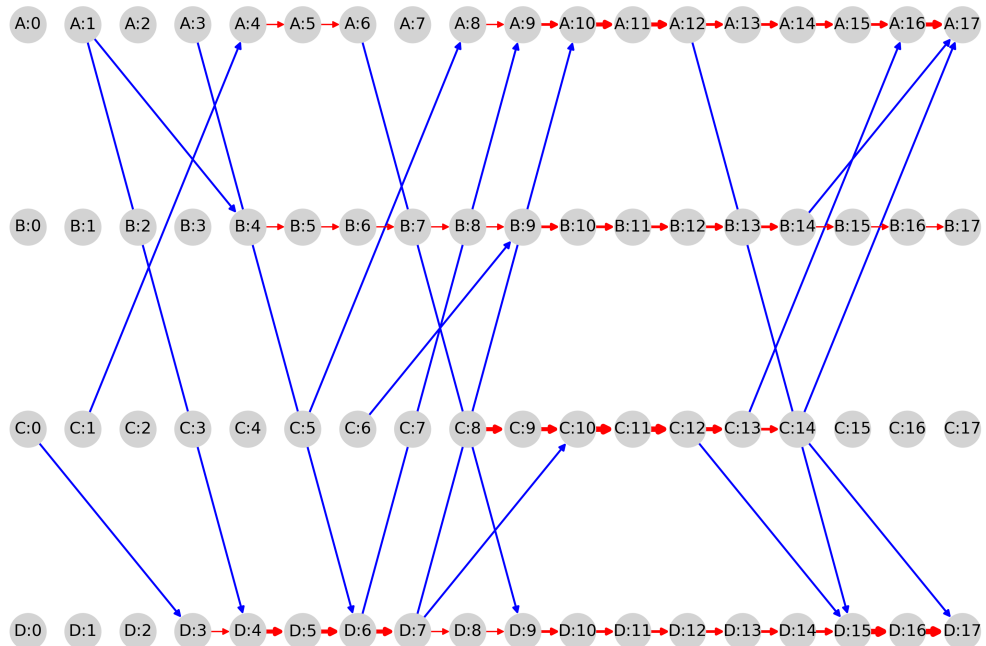
A solução do modelo M_4 optou por utilizar um grande número de veículos do tipo 1 quando comparado ao número atual de veículos deste mesmo tipo da Empresa X, que atualmente conta com 8 veículos do tipo 1, acarretando em um grande fluxo de viagens realizados por esse tipo. Além disso, a solução reduziu ainda mais o número de veículos do tipo 3, passando de 5 veículos no dimensionamento realizado pelo modelo M_3 para apenas 3 veículos. A representação visual da solução encontrada pode ser observada nas Figuras 20, 21 e 22, respectivamente para os veículos dos tipos 1, 2 e 3.

Figura 20: Fluxo de veículos do tipo 1 com o modelo M_4 .



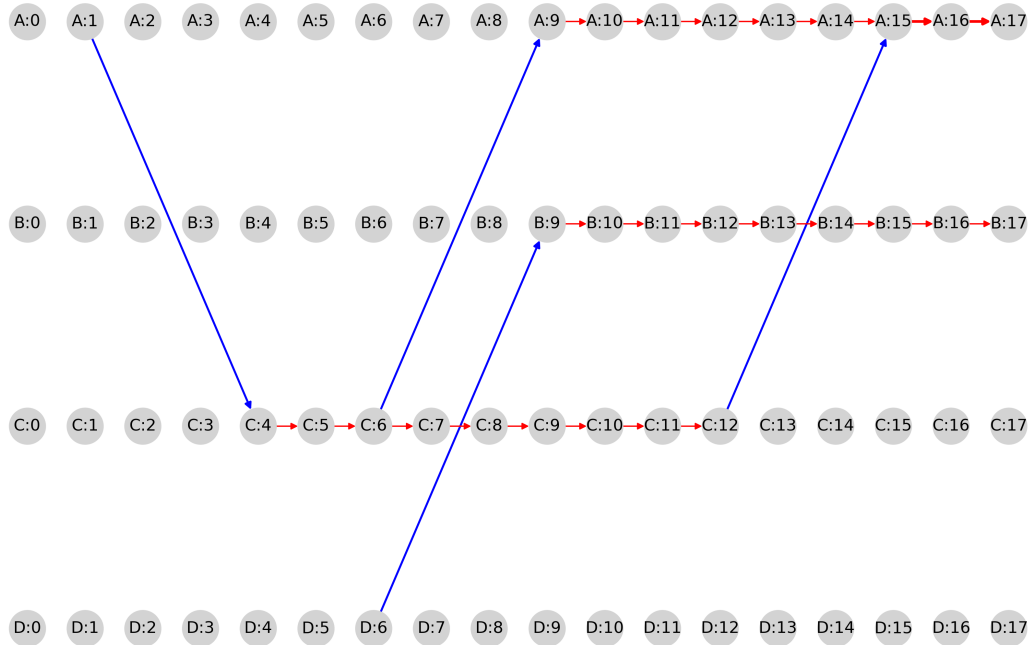
Fonte: O autor.

Figura 21: Fluxo de veículos do tipo 2 com o modelo M_4 .



Fonte: O autor.

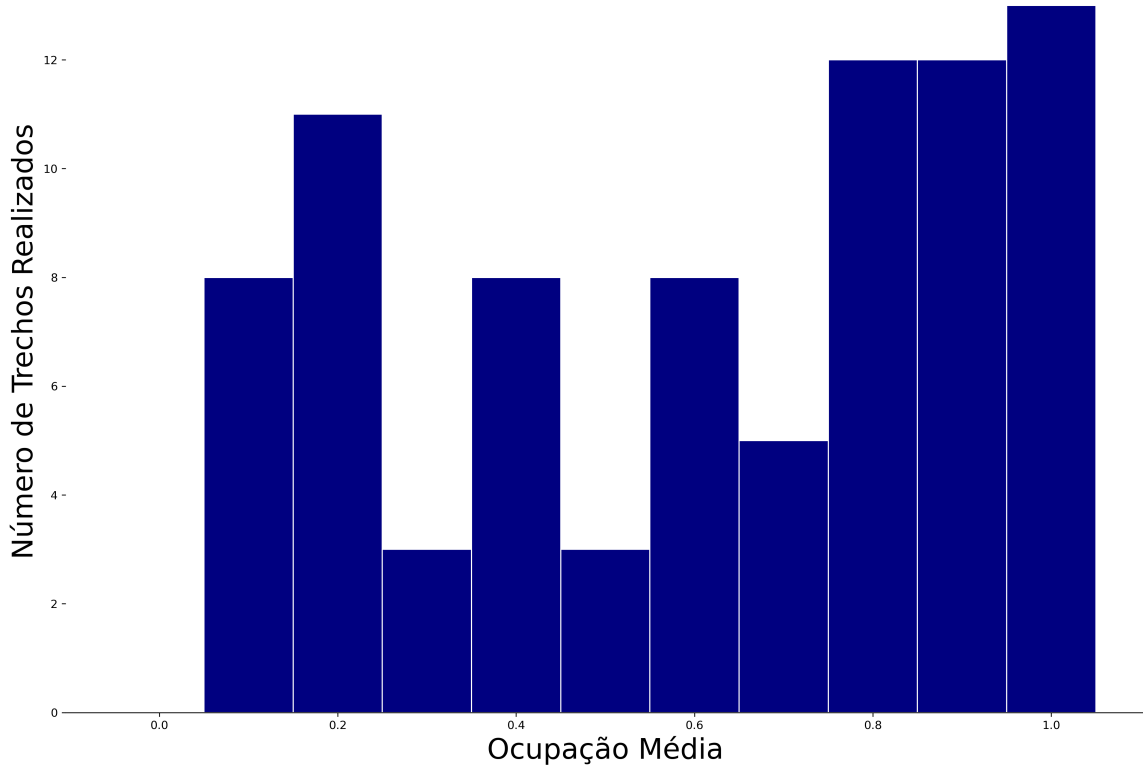
Figura 22: Fluxo de veículos do tipo 3 com o modelo M_4 .



Fonte: O autor.

Assim como nos demais modelos apresentados, foi possível calcular a ocupação média com o modelo M_4 por meio da expressão 5.1. A ocupação média foi de 60%, com um desvio padrão de 30%, valor superior aos modelos M_1 , M_2 e M_3 . Tal fato é reflexo direto de um melhor dimensionamento da frota e melhor utilização dos veículos durante a operação. A ocupação média por trecho realizado pode ser observada na Figura 23.

Figura 23: Ocupação Média com o modelo M_4 .



Fonte: O autor.

É possível observar pelo histograma apresentado na Figura 23 a maior ocupação média por trecho realizado. Percebe-se que houve uma discreta redução nos trechos com ocupação média inferior a 25%, passando de 23 para 19 viagens dentro desse intervalo. Contudo, outro ponto interessante é o fato de que 37 trechos foram realizados com ocupação média superior a 75%, apresentando um acréscimo 19% no número de trechos realizados com essa ocupação. Além disso, houve um significativo acréscimo nos trechos com ocupação média elevada (acima de 95% de ocupação média), passando de apenas 6 para 13 trechos.

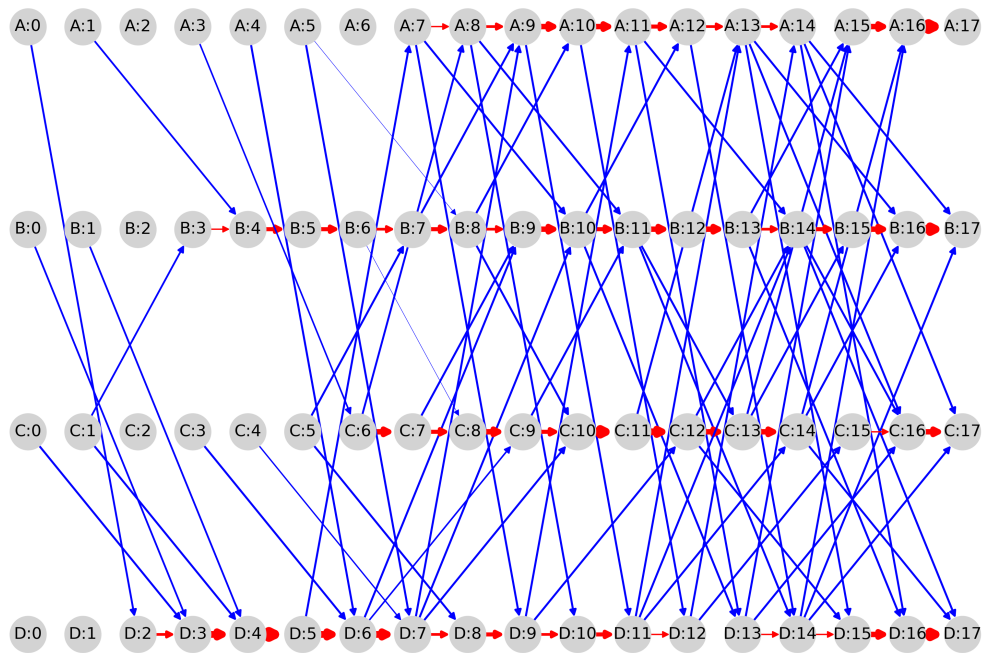
5.7 Resultado com o Modelo 5 (M_5)

O modelo M_5 acrescentou ao modelo M_4 a minimização da capacidade ociosa por tipo de veículo $v, v \in V$. Tal minimização é feita por meio da introdução da variável de capacidade ociosa Q_{ijt}^v atrelada ao custo por capacidade não utilizada g_{ij}^v na função objetivo, $i, j \in N, t \in T, v \in V$.

O *solver Gurobi* levou 1,0157 segundo para encontrar a solução ótima do problema. Contudo, diferentemente dos demais modelos que apresentaram sucessivamente redução do valor ótimo, o modelo M_5 apresentou um aumento nos custos de operação. A solução ótima encontrada foi R\$ 35.253,45, dos quais R\$ 1.845,80 são custos fixos e R\$ 33.407,65 são custos variáveis. Foram realizadas 81 viagens com veículos carregados e 53 movimentos de estoque.

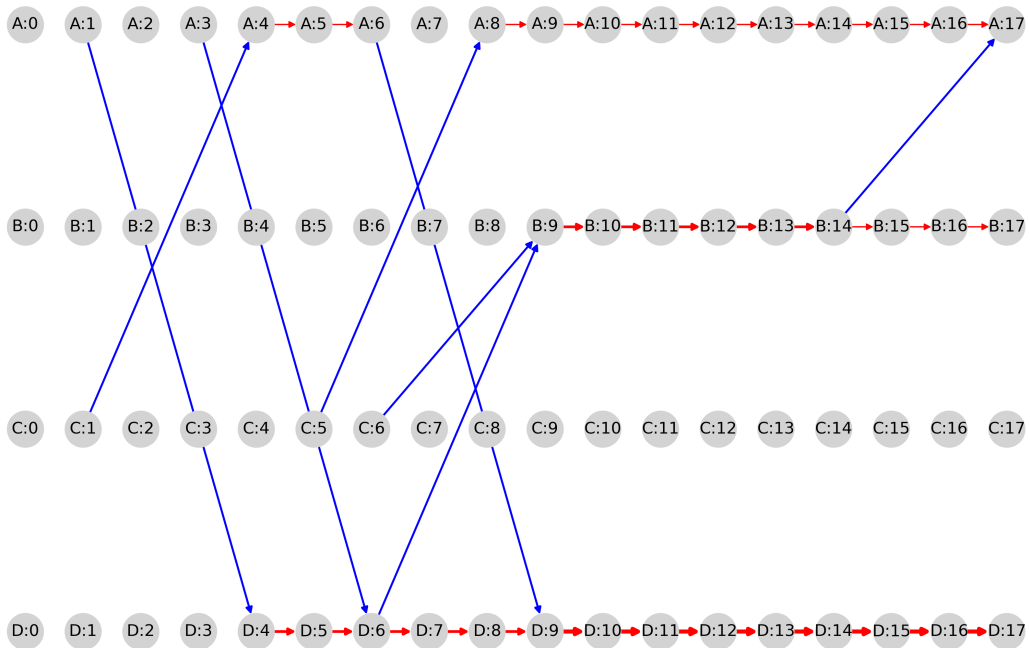
O dimensionamento de frota também foi realizado no modelo M_5 , alocando um total de 38 veículos. A distribuição dos veículos foi da seguinte forma: 30 do tipo 1, 6 veículos do tipo 2 e 2 veículos do tipo 3. Um maior número de veículos disponível contribuiu diretamente para a elevação do custo total da operação quando comparado aos demais modelos que também realizaram dimensionamento da frota (M_3 e M_4). A representação visual da solução pode ser observada nas Figuras 24, 25 e 26, respectivamente para os veículos dos tipos 1, 2 e 3.

Figura 24: Fluxo de veículos do tipo 1 com o modelo M_5 .



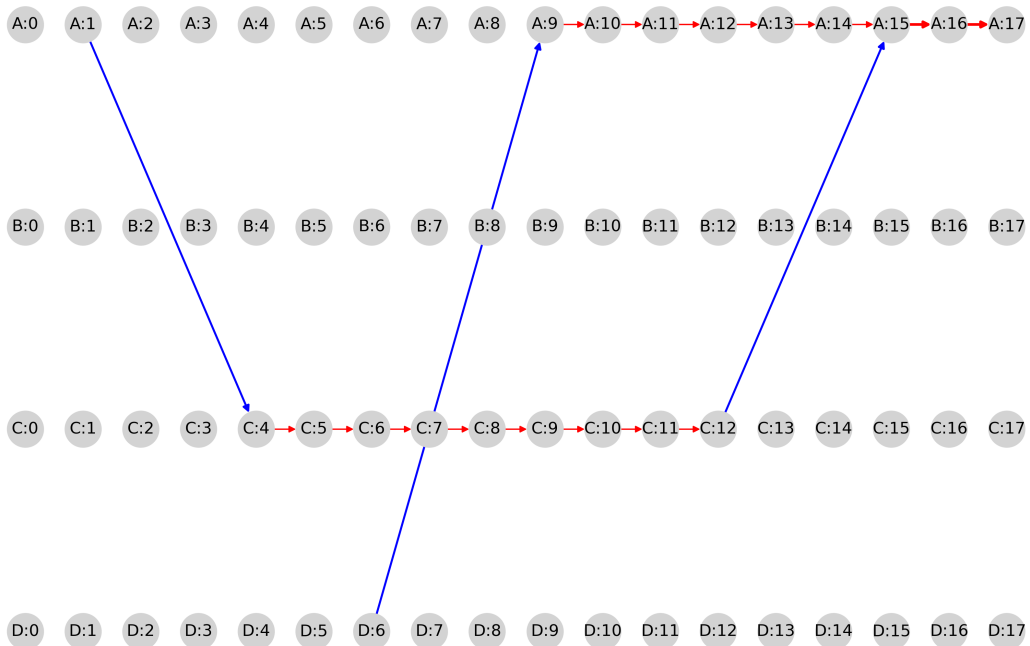
Fonte: O autor.

Figura 25: Fluxo de veículos do tipo 2 com o modelo M_5 .



Fonte: O autor.

Figura 26: Fluxo de veículos do tipo 3 com o modelo M_5 .

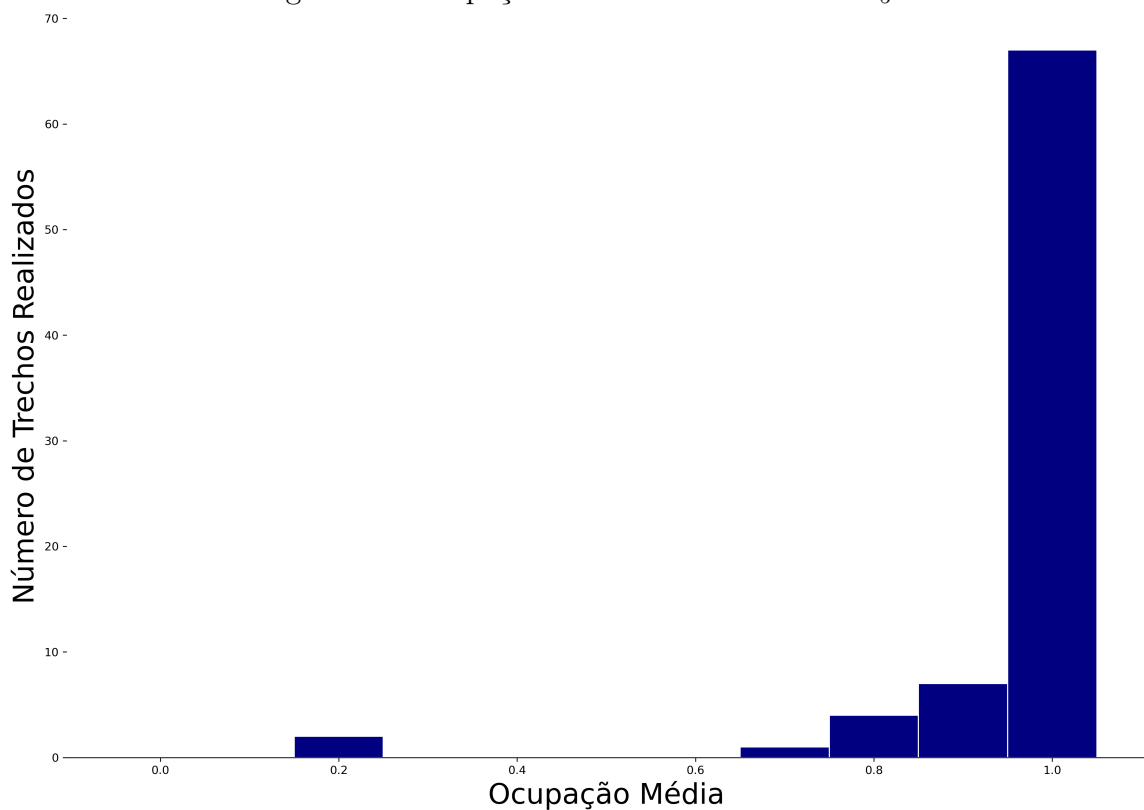


Fonte: O autor.

Pode-se observar pela Figura 24 que a maior parte da demanda foi atendida por meio de veículos do tipo 1. Tal fato deve-se a esse veículo ser mais “fácil” de ser ocupado totalmente, uma vez que tem a menor capacidade dentre todos, minimizando o custo por ociosidade. Os demais tipos de veículo sofreram uma grande diminuição no número total disponível para a operação, dado que transportá-los com baixa ocupação seria muito oneroso para a solução.

Como esperado, uma vez que sua função objetivo foi definida com a finalidade de minimizar também a capacidade ociosa, o modelo M_5 apresentou a maior ocupação média por trecho realizado. A ocupação média calculada foi de 95% com um desvio padrão de 13%. A distribuição da ocupação média por trecho realizado pode ser observado no histograma apresentado na Figura 27.

Figura 27: Ocupação Média com o modelo M_5 .



Fonte: O autor.

Pode-se observar na Figura 27 que quase todos os trechos foram realizados com Ocupação Média superior a 95%. Este fato é justificado pela incorporação da redução da capacidade ociosa na função objetivo.

5.8 Consolidação das Análises Realizadas

Os principais resultados dos cinco modelos estão exibidos na Tabela 17. Tais modelos trazem pontos extremamente importantes sobre o problema da Empresa X e sua programação de veículos atual. O modelo M_1 revela que é possível realizar toda a operação sem que haja nenhum deslocamento de veículos vazios entre Complexos Operacionais em todo o horizonte de tempo, algo que não acontece na programação atual da empresa. Tal fato revela que mesmo com as condições atuais a Empresa X é capaz de reduzir os custos apenas melhorando a forma como aloca seus veículos entre os COs.

Os resultados com os modelos M_3 , M_4 e M_5 levantam a questão sobre o tamanho e a configuração da frota. Enquanto a maior parte dos veículos na configuração atual são do tipo 3, que são de maior porte, os resultados com os modelos sugerem que deveria ser utilizado um maior número de veículos do tipo 1, que são de menor porte, e uma redução na quantidade de veículos do tipo 3. Dessa forma, é possível economizar com os custos fixos de contratação desses veículos e também com os custos variáveis, uma vez que os deslocamentos dos veículos do tipo 1 são mais baratos do que os deslocamentos dos veículos do tipo 3.

É interessante destacar que o número de veículos do tipo 2 não sofreu grandes alterações entre os resultados dos modelos. O número de veículos do tipo 2 oscilou entre 11 veículos, nos modelos M_1 , M_2 e M_4 , e 12 veículos no modelo M_3 . O único modelo que apresentou um valor distinto foi o modelo M_5 , que apresentou uma redução de 50% nesse valor. Sendo assim, pode-se dizer que a Empresa X apresenta uma quantidade de veículos desse tipo já próxima às soluções ótimas para realizar a operação atualmente.

O resultado com o modelo M_4 , em particular, mostra que é possível otimizar a operação com uma melhor gestão das cargas. Caso a Empresa X incorpore uma flexibilidade no período de entregas é possível que ela obtenha uma redução nos custos de operação e um melhor aproveitamento dos veículos, visto que pode-se obter uma maior ocupação média quando comparada aos demais.

O modelo M_5 apresentou alguns pontos interessantes. Os custos totais encontrados pela solução foram inferiores à programação atual e aos modelos M_1 e M_2 . Além disso, o resultado do modelo M_5 apresentou o menor número de viagens carregadas, apenas 81. Um menor número de viagens acarreta em alguns pontos positivos como: menor número de mão de obra envolvida com a operação, menores custos relacionados com o despacho e com a recepção de veículos nos COs, diminuição da emissão de poluentes com a operação.

Tabela 17: Consolidação das Análises Realizadas

Número de Variáveis		Número de Restrições	Número de Veículos		Solução Ótima		Viagens Realizadas	Ocupação Média	Desvio Padrão
Programação Atual	-	-	Tipo 1	8	Custos fixos	R\$ 1.933,42	-	-	-
			Tipo 2	11	Custos variáveis	R\$ 50.541,05			
			Tipo 3	17					
			Total	36	Custos totais	R\$ 52.474,47			
Modelo 1		477	Tipo 1	8	Custos fixos	R\$ 1.933,85	Carregadas	92	30%
			Tipo 2	11	Custos variáveis	R\$ 35.258,05	Descarregadas	0	
			Tipo 3	17			Em estoque	66	
			Total	36	Custos totais	R\$ 37.191,90	Total	158	
Modelo 2		541	Tipo 1	8	Custos fixos	R\$ 1.933,85	Carregadas	92	30%
			Tipo 2	11	Custos variáveis	R\$ 35.258,05	Descarregadas	0	
			Tipo 3	17			Em estoque	66	
			Total	36	Custos totais	R\$ 37.191,90	Total	158	
Modelo 3		361	Tipo 1	21	Custos fixos	R\$ 1.731,78	Carregadas	88	28%
			Tipo 2	12	Custos variáveis	R\$ 27.679,22	Descarregadas	0	
			Tipo 3	5			Em estoque	59	
			Total	38	Custos totais	R\$ 29.411,00	Total	147	
Modelo 4		1361	Tipo 1	19	Custos fixos	R\$ 1.477,11	Carregadas	83	30%
			Tipo 2	11	Custos variáveis	R\$ 26.946,13	Descarregadas	0	
			Tipo 3	3			Em estoque	62	
			Total	33	Custos totais	R\$ 28.423,24	Total	145	
Modelo 5		1361	Tipo 1	30	Custos fixos	R\$ 1.845,80	Carregadas	81	13%
			Tipo 2	6	Custos variáveis	R\$ 33.407,65	Descarregadas	0	
			Tipo 3	2			Em estoque	53	
			Total	38	Custos totais	R\$ 35.253,45	Total	134	

6 CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS

Neste trabalho foi abordado o Problema de Alocação de Veículos em uma empresa de serviços postais na cidade de São Paulo, no qual se busca a alocação de veículos para realizar operações de troca de cargas entre Complexos Operacionais dentro de um horizonte de tempo determinado a fim de minimizar os custos da operação.

A primeira parte do trabalho englobou um breve estudo sobre logística, Problemas de Fluxos em Redes e o Problema de Alocação de Veículos em mais detalhes, modelagem matemática e um problema exemplo. Em seguida, exibiu-se o problema da Empresa X tratado no trabalho e suas características principais. Para representar o problema, cinco modelos matemáticos foram propostos, cada um incorporando uma nova característica que lançava luz sobre uma diferente faceta do mesmo problema. Por fim, discutiu-se a criação das implementações computacionais e os resultados obtidos através delas.

Os cinco modelos elaborados levantaram questões pertinentes com relação à operação de troca de cargas entre Complexos Operacionais da Empresa X. Os modelos M_1 e M_2 revelam que é possível reduzir os custos da operação somente melhorando a programação dos veículos, reduzindo o número de deslocamentos de veículos vazios para reposicionamento de veículos. O modelo M_3 sugere uma nova configuração da frota, com mais veículos do tipo 1, de menor porte, e menos veículos do tipo 3, de maior porte, reduzindo ainda mais os custos da operação. O modelo M_4 revela que é possível reduzir ainda mais os custos totais apenas melhorando a forma como a entrega da demanda é realizada, melhorando o aproveitamento da capacidade disponível dos veículos. O modelo M_5 revela que é possível operar abaixo dos custos atuais e ainda ter um maior aproveitamento da capacidade dos veículos.

Como perspectivas futuras e incorporações para o modelos elaborados, podem-se levantar:

- Uma análise mais refinada da demanda, incorporando um estudo de previsão de demanda que melhore a qualidade da solução. Outra possibilidade seria adaptar

o modelo determinístico para um modelo probabilístico, incorporando variações de demanda e probabilidades de variação da mesma.

- Estudo de disponibilidade de veículos, levando em consideração problemas mecânicos, paradas para manutenção ou atrasos que afetem a disponibilidade dos veículos em uma dada janela de tempo.
- Incorporação de restrições de capacidade de carga nos terminais, garantindo que o *backlog* da demanda acumule carga até o limite daquele Complexo Operacional.
- Integrar em um mesmo modelo outras operações da empresa, como por exemplo a chegada das cargas nos Complexos Operacionais durante a operação de coleta.

Os resultados obtidos no presente trabalho talvez não se apliquem em sua totalidade na prática do dia a dia da Empresa X, uma vez que a gestão de uma frota de veículos é extremamente complexa e suscetível a fatores externos, como alterações na demanda, trânsito, quebra de veículos, entre outros. Contudo, os resultados obtidos com os cinco modelos são extremamente úteis para uma melhor orientação na tomada de decisão da operação da empresa na troca de carga entre Complexos Operacionais na cidade de São Paulo.

Do ponto de vista pedagógico e pessoal, o trabalho desenvolvido proporcionou o aprendizado de diversos aspectos técnicos e teóricos, como:

1. Aprendizado em gestão de tempos e prazos, tentando conciliar o desenvolvimento do trabalho com as demais questões do cotidiano.
2. Desenvolvimento de um trabalho técnico detalhado e extenso, prezando pela qualidade do material escrito.
3. Estudo e estruturação de um problema real de otimização e desenvolvimento de uma modelagem matemática para o mesmo.
4. Estudo aprofundado de programação em *Python* com conhecimentos úteis que serão reutilizados em outros momentos oportunos.
5. Condução de análises de resultados comparativas e organizadas, tentando extrair as informações mais importantes de cada uma delas.

Por fim, espera-se que os resultados encontrados no presente trabalho sejam úteis para a tomada de decisão da Empresa X, e possam, com suas devidas limitações, serem

implementados na prática em um futuro próximo. Além disso, espera-se que este trabalho sirva para que outros possam estudá-lo e servir de ponto de partida para aprofundar seu conhecimento nos temas que foram tratados.

REFERÊNCIAS

- AHUJA, R. K.; MAGNANTI, T. L.; ORLIN, J. B. Network flows. Cambridge, Mass.: Alfred P. Sloan School of Management, Massachusetts . . . , 1993.
- ARAÚJO, M. d. P. S.; BANDEIRA, R. A. d. M.; CAMPOS, V. B. G. Custos e fretes praticados no transporte rodoviário de cargas: uma análise comparativa entre autônomos e empresas. *Journal of Transport Literature*, SciELO Brasil, v. 8, p. 187–226, 2014.
- ARENALES, M. et al. *Pesquisa Operacional*. [S.l.]: Elsevier Brasil, 2007.
- BALLOU, R. H. *Gerenciamento da Cadeia de Suprimentos-: Logística Empresarial*. [S.l.]: Bookman Editora, 2009.
- BEAUJON, G. J.; TURNQUIST, M. A. A model for fleet sizing and vehicle allocation. *Transportation Science*, INFORMS, v. 25, n. 1, p. 19–45, 1991.
- BRAKLOW, J. W. et al. Interactive optimization improves service and performance for yellow freight system. *Interfaces*, INFORMS, v. 22, n. 1, p. 147–172, 1992.
- BULLER, L. S. *Logística empresarial*. [S.l.]: IESDE BRASIL SA, 2012.
- BYNUM, M. L. et al. *Pyomo–optimization modeling in python*. Third. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2021. v. 67.
- CRAINIC, T. G.; RICCIARDI, N.; STORCHI, G. Advanced freight transportation systems for congested urban areas. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, Elsevier, v. 12, n. 2, p. 119–137, 2004.
- CUI, J.; DODSON, J.; HALL, P. V. Planning for urban freight transport: An overview. *Transport Reviews*, Taylor & Francis, v. 35, n. 5, p. 583–598, 2015.
- FRANTZESKAKIS, L. F.; POWELL, W. B. A successive linear approximation procedure for stochastic, dynamic vehicle allocation problems. *Transportation Science*, INFORMS, v. 24, n. 1, p. 40–57, 1990.
- GHIANI, G.; LAPORTE, G.; MUSMANNO, R. *Introduction to logistics systems planning and control*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2004.
- GOOGLE. *Google Earth image*. 2021. Disponível em: <https://earth.google.com/web/>.
- Gurobi Optimization, LLC. *Gurobi Optimizer Reference Manual*. 2021. Disponível em: <https://www.gurobi.com>.
- HAGBERG, A.; SWART, P.; CHULT, D. S. Exploring network structure, dynamics, and function using networkx. 1 2008. Disponível em: <https://www.osti.gov/biblio/960616>.

- HALL, R. W. Stochastic freight flow patterns: implications for fleet optimization. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, Elsevier, v. 33, n. 6, p. 449–465, 1999.
- HUNTER, J. D. Matplotlib: A 2d graphics environment. *Computing in Science & Engineering*, IEEE COMPUTER SOC, v. 9, n. 3, p. 90–95, 2007.
- MCKINNEY, W. et al. Data structures for statistical computing in python. In: AUSTIN, TX. *Proceedings of the 9th Python in Science Conference*. [S.l.], 2010. v. 445, p. 51–56.
- OGDEN, K. W. *Urban goods movement: a guide to policy and planning*. [S.l.: s.n.], 1992.
- OLIPHANT, T. *NumPy: A guide to NumPy*. 2006. USA: Trelgol Publishing. [Online; accessed ;today;]. Disponível em: <http://www.numpy.org/>.
- POWELL, W.; SHEFFI, Y.; THIRIEZ, S. The dynamic vehicle allocation problem with uncertain demands. In: *Papers presented during the Ninth International Symposium on Transportation and Traffic Theory held in Delft the Netherlands, 11-13 July 1984*. [S.l.: s.n.], 1984.
- POWELL, W. B. A stochastic model of the dynamic vehicle allocation problem. *Transportation Science*, INFORMS, v. 20, n. 2, p. 117–129, 1986.
- POWELL, W. B. An operational planning model for the dynamic vehicle allocation problem with uncertain demands. *Transportation Research Part B: Methodological*, Elsevier, v. 21, n. 3, p. 217–232, 1987.
- POWELL, W. B. *A comparative review of alternative algorithms for the dynamic vehicle allocation problem: Methods and studies. Studies in management science and systems - volume 16*. [S.l.: s.n.], 1988.
- POWELL, W. B. A stochastic formulation of the dynamic assignment problem, with an application to truckload motor carriers. *Transportation Science*, INFORMS, v. 30, n. 3, p. 195–219, 1996.
- POWELL, W. B.; CARVALHO, T. A. Dynamic control of logistics queueing networks for large-scale fleet management. *Transportation Science*, INFORMS, v. 32, n. 2, p. 90–109, 1998.
- POWELL, W. B.; JAILLET, P.; ODoni, A. Stochastic and dynamic networks and routing. *Handbooks in operations research and management science*, Elsevier, v. 8, p. 141–295, 1995.
- SLACK, N. et al. *Administração da produção*. [S.l.]: Atlas São Paulo, 2009. v. 2.
- VASCO, R. A. Otimização na alocação dinâmica de veículos no transporte rodoviário de cargas completas entre terminais. 2012.
- VISSER, J.; BINSBERGEN, A. V.; NEMOTO, T. Urban freight transport policy and planning. *City logistics I*, Citeseer, p. 39–69, 1999.
- WINSTON, W. L.; GOLDBERG, J. B. *Operations research: applications and algorithms*. [S.l.]: Thomson Brooks/Cole Belmont, 2004. v. 3.

APÊNDICE A – O EXEMPLO DE MURTY

O Apêndice A apresenta a implementação computacional desenvolvida em *Python 3.8* para resolver o Exemplo de Murty apresentado no Capítulo 2.

```

from pyomo.core.base.PyomoModel import ConcreteModel
from pyomo.core.base.objective import Objective
from pyomo.environ import *
import pandas as pd
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
import networkx as nx

custo = pd.read_excel('murty.xlsx', sheet_name='custo', header=None)
lucro = pd.read_excel('murty.xlsx', sheet_name='lucro', header=None)
viagem = pd.read_excel('murty.xlsx', sheet_name='tempo', header=None)

d0 = pd.read_excel('murty.xlsx', sheet_name='d0', header=None)
d1 = pd.read_excel('murty.xlsx', sheet_name='d1', header=None)
d2 = pd.read_excel('murty.xlsx', sheet_name='d2', header=None)

model = ConcreteModel()

d = [d0,d1,d2]

origem = list(range(5))
destino = list(range(5))
tempo = list(range(3))

```

$$m = \{\}$$
$$m[1,0] = 1$$
$$m[3,0] = 1$$
$$m[1,1] = 1$$

```
model.x = Var(origem,destino,tempo, domain = NonNegativeIntegers)
```

```
model.y = Var(origem,destino,tempo, domain = NonNegativeIntegers)
```

```
model.m = Param(origem,tempo, initialize=m,default=0)
```

#FUNCAO OBJETIVO

```
model.obj = Objective(expr = sum(lucro[i][j] * model.x[i,j,t]
                                - custo[i][j] * model.y[i,j,t]
                                for i in origem for j in destino for t in tempo),
                      sense = maximize)
```

```
#RESTRICAO 1
```

```
model.r1 = ConstraintList()
```

```
k_valido=[]
```

```
j_valido=[]
```

```
for t in tempo:
```

```
for i in origem:
```

```
if t==0:
```

```
for p in destino:
```

```
if p!=i:
```

```
j_valido.append(p)
```

```
model.r1.add(expr = sum(model.x[i,j,t] for j in j_valido) +
               sum(model.y[i,j,t] for j in destino))
```

```

== model.m[i,t])

j_valido=[]

else:

    for k in destino:
        if t-viagem[k][i] >= 0 and k!=i:

            k_valido.append(k)

    for p in destino:
        if p!=i:
            j_valido.append(p)

    model.r1.add(expr = sum(model.x[i,j,t] for j in j_valido)
        + sum(model.y[i,j,t] for j in destino)
        - sum(model.x[k,i,t-viagem[k][i]]
        + model.y[k,i,t-viagem[k][i]] for k in k_valido)
        - model.y[i,i,t-1] == model.m[i,t])

    k_valido=[]
    j_valido=[]

#RESTRICAO 2
model.r2 = ConstraintList()

for t in tempo:
    for j in destino:
        for i in origem:
            model.r2.add(expr = ((model.x[i,j,t]) <= d[t][j][i]))

```

```

model.pprint()

optimizer = SolverFactory('gurobi')

results = optimizer.solve(model, tee= True)

print(results)

G=nx.MultiDiGraph()

for t in tempo:
    for j in destino:
        for i in origem:

            y = model.y[i,j,t].value
            x = model.x[i,j,t].value

            if x != 0:

                G.add_edge(i+5*t,j+5*(viagem[i][j]+t), color = 'b',
                    weight = 2*(x+y))
            if y != 0:

                G.add_edge(i+5*t,j+5*(viagem[i][j]+t), color = 'r',
                    weight = 2*(x+y))
        print('\n')

nos = {}

for t in range(4):
    for i in origem:
        if t==0:
            nos[i]=(t,5-i)
        else:

```

```

        nos[i+5*t]=(t,5-i)

edges = G.edges()
colors = nx.get_edge_attributes(G,'color').values()
weights = nx.get_edge_attributes(G,'weight').values()

fixed_positions = nos
G.add_nodes_from(fixed_positions)
fixed_nodes = fixed_positions.keys()
pos = nx.spring_layout(G,pos=fixed_positions, fixed = fixed_nodes)
plt.figure(2, figsize=(15,10))
ax = plt.gca()
ax.set_title('Problema de Murty')

nx.draw_networkx(G,pos, node_color = 'lightgrey', edge_color=colors,
width=list(weights),with_labels = True, node_size=1400)

plt.show()

```